

時間=100分

1

空欄にあてはまる適切な数、式、記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 角  $\theta$  が  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ,  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  を満たすとき,  $\tan \frac{\theta}{2}$  の値は ア である。

(2) 4次方程式  $2x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 7x + 2 = 0$  の実数解のうち最大のものは イ である。

(3) 数列の極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{(n^3 - n^2)^2} - 2n\sqrt[3]{n^3 - n^2} + n^2)$  の値は ウ である。

(4) 円  $x^2 - 8x + y^2 - 8y + 30 = 0$  に接する傾き1の2つの直線を  $l_1, l_2$  とする。放物線  $y = 2x^2 + 3x - 2$  と2直線  $l_1, l_2$  によって囲まれる図形の面積は エ である。ただし、この図形は原点を含むものとする。

(5)  $x$  を正の実数とするとき、関数  $y = \left(\frac{2}{x}\right)^x$  の導関数  $\frac{dy}{dx}$  は オ である。

(6) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - 2 \sin 2x + 3 \cos^2 x} dx$  の値は カ である。

(7) バスケットボールのフリースローを、A, B の2人がそれぞれ3回ずつ試みて、成功した回数が多い方が勝ちとする。A の成功率は  $\frac{1}{2}$ , B の成功率は  $\frac{2}{3}$  であるとき、A が勝つ確率は キ である。ただし、A, B の試行は独立な試行と考える。

(8) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の数字が書かれた8枚のカードがある。カードをもとに戻すことなく、1枚ずつ8枚すべてを取り出し、左から順に横に一列に並べる。このとき、数字  $k$  のカードの左側に並んだ  $k$  より小さい数字のカードの枚数が  $k-1$  枚である確率は ク である。ただし、 $k$  は1から7までの整数のいずれかとする。

**2** 原点を  $O$  とする座標空間内の 3 点  $A(a, 0, 0)$ ,  $B(0, b, 0)$ ,  $C(0, 0, c)$  に対し,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  の定める平面を  $\pi$  とおく。ただし,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$  とする。次の問いに答えなさい。

- (1)  $\overrightarrow{OP} = s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB} + u \overrightarrow{OC}$  とおく。点  $P$  が平面  $\pi$  上にあって,  $\overrightarrow{OP}$  が平面  $\pi$  と垂直になるように, 実数  $s$ ,  $t$ ,  $u$  の値をそれぞれ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を用いて表しなさい。
- (2) 線分  $AB$  の中点を  $M$  とし, 点  $Q$  は  $\overrightarrow{CQ} = r \overrightarrow{CM}$  を満たす点であるとする。ベクトル  $\overrightarrow{OQ}$  の大きさ  $|\overrightarrow{OQ}|$  を最小にする実数  $r$  の値と, そのときの  $|\overrightarrow{OQ}|$  の値を, それぞれ  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を用いて表しなさい。
- (3)  $\triangle OAB$ ,  $\triangle OBC$ ,  $\triangle OCA$  の面積を, それぞれ  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  とするとき,  $\triangle ABC$  の面積  $S$  を  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  を用いて表しなさい。

**3** 数列

$1, 2, 1, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 5, 4, 3, 2, 1, \dots, k, k-1, \dots, 2, 1, k+1, k, \dots, 2, 1, \dots$

の第  $n$  項を  $a_n$  とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 数字 9 が 16 度目に現れるのは第何項か。

(2)  $\sum_{n=1}^{365} a_n$  を求めなさい。