

数学問題紙

平成 23 年 2 月 25 日

自 11 : 00

至 12 : 40

答案作成上の注意

1. 数学の問題紙は 1 から 5 までの 5 ページである。
2. 解答用紙は ③ から ⑥ までの 4 枚である。
3. 解答はすべて解答用紙のおもてのみを用いて書くこと。
4. 問題紙と草案紙は持ち帰ること。

1 a, b を実数とし, x に関する方程式

$$\cos 2x + a \cos x + b = 0$$

を考える. この方程式が $0 \leq x < 2\pi$ の範囲で, 2 個の異なる実数解を持つための a, b に関する条件を求めよ.

2 1 から n までの番号が書かれた n 個の箱があり、各々の箱には $2n$ 本のくじが入っている。番号が l の箱には l 本の当たりが入っているとす。この条件で次の①、②を試行する。

① 無作為に箱を1つ選ぶ。

② ①で選んだ箱を用いて、くじを1本引いては戻すことを m 回繰り返す。

この試行で k 回当たりくじを引く確率を $p_n(m, k)$ とする。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(2, 0)$, $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(2, 1)$, $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(2, 2)$ をそれぞれ求めよ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n(m, 1)$ を m を用いて表せ。

3 a を正の定数, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とし, 行列 $X_{a,\theta}$ を

$$X_{a,\theta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

で定義する. また E を 2 次の単位行列とする.

- (1) 2 次の正方行列 X が, $X^2 = E$ を満たし, 行列 X の表す 1 次変換は, 点 $(1, 0)$ を第 1 象限内に, 点 $(0, 1)$ を第 4 象限内に移すとする. このとき行列 X は $X_{a,\theta}$ の形になることを示せ.
- (2) a_1 と a_2 を正の定数, θ_1 と θ_2 を第 1 象限の角とする. $A = X_{a_1,\theta_1}$, $B = X_{a_2,\theta_2}$ とするとき $(AB)^2 = E$ となるための条件を $a_1, a_2, \theta_1, \theta_2$ を用いて表せ.

4 $0 \leq x \leq a$ で定義された 2 つの関数

$$f(x) = (a - x)e^x$$

$$g(x) = bx^2$$

を考える。ただし a, b は定数とし、 a は $1 < a \leq 2$ を満たすとする。さらに 2 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ が $f(x)$ の最大値をとる点で交わるとする。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ の概形を描け。
- (2) b を a を用いて表せ。
- (3) 不定積分 $\int xe^{2x} dx$ を求めよ。
- (4) 2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および x 軸で囲まれる図形を x 軸の周りに一回転させてできる回転体の体積を a を用いて表せ。

③

見本

札幌医科大学 一般 前期
数学 解答用紙

受 番	験 号	
--------	--------	--

1 の解答：

※採点欄
(受験生は記入しないこと)

④

見本

数学解答用紙

受験 番号	
----------	--

2 の解答：

※採点欄
(受験生は記入しないこと)

⑤

見本

数学解答用紙

受験
番号

--

3

の解答：

※採点欄
(受験生は記入しないこと)

--

⑥

見本

数学解答用紙

受験番	受験号
-----	-----

4 の解答：

※採点欄 (受験生は記入しないこと)
