

試験問題(記述式)—数 学

(注意) 解答はすべて別紙解答用紙の定められた欄に書くこと。

1 以下の間に答えよ。

(1) 以下の条件(ア), (イ)を満たす正の整数は, 小さい順に並べると, 等差数列になる。この数列の初項と公差を求めよ。

(ア) 13で割ると余りが2となる。

(イ) 11で割ると商が奇数, 余りが3となる。

(2) 正六角形 ABCDEF の辺 CD の中点を M, CE と AM の交点を N とする。このとき, $\triangle NEA$ の面積は $\triangle NCM$ の面積の何倍となるか。

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(4n)!}{(3n)!}}$ を求めよ。

2 座標平面上の点 B (0, 1) を中心とする半径 1 の円を C_0 , $a > 0$ とし, 点 A (a, 0) を通り C_0 に接する 2 直線のうち x 軸でない方を l とする。また, C_0 , x 軸, l によって囲まれる領域 (境界を含む) の内部にあって, C_0 , x 軸, l に接する円を C_1 , C_1 の半径を r とする。さらに, C_0 , C_1 , x 軸によって囲まれる領域 (境界を含む) の内部にあって, C_0 , C_1 , x 軸に接する円を C_2 , C_2 の半径を s とする。このとき, 以下の間に答えよ。

(1)(i) r を a で表せ。

(ii) $a = \sqrt{3}$ のとき, r はいくらか。

(2)(i) s を a で表せ。

(ii) $a = \frac{3}{4}$ のとき, s はいくらか。

(3) 極限值 $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{r}{a^2}$, $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{s}{r}$ を求めよ。

3 媒介変数 $t (0 < t \leq \pi)$ を用いて

$$\begin{cases} x = \sin t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2t \end{cases}$$

と表される xy 平面上の曲線を C_1 ,

$$\begin{cases} x = \cos \theta \sin t - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta \sin^2 t \\ y = \sin \theta \sin t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \sin 2t \end{cases}$$

と表される曲線を C_2 とする。ここで、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。このとき、以下の間に答えよ。

- (1) xy 平面上に C_1 の概形を描け。
- (2) 直線 $y = -\sqrt{3}x + k$ が、 C_1 と少なくとも 1 点を共有するための実数 k の条件を求めよ。
- (3) 直線 $y = (\tan \theta)x + l$ が、 C_2 と少なくとも 1 点を共有するための実数 l の条件を求めよ。
- (4) C_1 が囲む領域の面積を求めよ。

4 n, r は $n \geq r$ を満たす正の整数であるとし、 x, y ともに 0 以上 n 以下の整数であるような座標平面上の点 (x, y) の集合を S とする。また、曲線 $x^2 + y^2 = r^2 (x \geq 0, y \geq 0)$, x 軸, y 軸によって囲まれる領域 (境界を含む) を D とする。ここで、 S からランダムに 1 点を選ぶ試行を考える。このとき、以下の間に答えよ。

- (1) $n = 10, r = 5$ のとき、選ばれた点が D 内にある確率はいくらか。
- (2) $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す記号である。直線 $x = t$ 上の点で D に含まれる S の要素の個数をこの記号を用いて表せ。ここで、 t は 0 以上 r 以下の整数とする。
- (3) $r = n$ とし、選ばれた点が D 内に含まれる確率を $P(n)$ とする。このとき、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n)$ を求めよ。

解答用紙(記述式)——数学

受験地	受験番号

(4枚の1)

1 (1)

得点	
----	--

答

初項：	
公差：	

(2)

答

	倍
--	---

(3)

答

--

平成 24 年度

解 答 用 紙 (記述式) ————— 数学

受 験 地	受 験 番 号

(4枚の2)

2 (1)(i)

得 点	
--------	--

(ii)

(2)(i)

(ii)

(3)

平成 24 年度

解 答 用 紙 (記述式) ————— 数学

受 験 地	受 験 番 号

(4 枚の 3)

3 (1)

得点	
----	--

(2)

(3)

(4)

平成 24 年度

解 答 用 紙 (記述式) ————— 数学

受 験 地	受 験 番 号

(4 枚の 4)

4 (1)

得点	
----	--

(2)

(3)