

受	験					
番	号					

平成 24 年度 入 学 者 選 抜 学 力 検 査 問 題

数 学

(医 学 部)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
- 2 この冊子は 11 ページある。
- 3 試験中に問題の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 この冊子左端のミシン目は、切り離さないこと。
- 5 解答にかかる前に表紙、各答案紙及び下書き用紙の所定の箇所に受験番号を記入すること。
- 6 解答は必ず答案紙の所定の欄に記入すること。解答欄が足りない場合は答案紙の裏面を使用してもよい。ただし、「裏面につづく」と明記せよ。
- 7 2 ページと 11 ページは下書き用に使用してよい。
- 8 この冊子は一切持ち帰ってはいけない。

受	験				
番	号				

下 書 き 用 紙

受	験						
番	号						

平成24年度入学者
選抜学力検査問題

数 学

(答案紙第1枚)

1 四面体 $OABC$ において、 $OA = 2$ 、 $OB = \sqrt{2}$ 、 $OC = 1$ であり、 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 、 $\angle AOC = \frac{\pi}{3}$ 、 $\angle BOC = \frac{\pi}{4}$ であるとする。また、3点 O 、 A 、 B を含む平面を α とし、点 C から平面 α に下ろした垂線と α との交点を H 、平面 α に関して C と対称な点を D とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) \vec{OH} 、 \vec{OD} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。
- (2) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ の重心を G とし、面 OAB 上の点 P で $CP + PG$ を最小にする点を P_0 とする。このとき、 \vec{OP}_0 を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表し、 $CP_0 + P_0G$ の値を求めよ。

見本

採 点	
--------	--

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験					
番	号					

平成24年度入学者
選抜学力検査問題

数	学
---	---

(答案紙第2枚)

2 数列 $\{a_n\}$ は正の整数からなる数列で、 $a_1 = 1$ 、 $a_3 = 5$ 、 $a_5 = 41$ である。また、ある定数 s 、 t について

$$a_{n+1} = sa_n + t \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立っている。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) s 、 t の値を求めよ。
- (2) 一般項 a_n を求めよ。さらに a_{3n-2} は a_n で割り切れることを示せ。
- (3) a_{n+1} を a_n で割った余りを b_n とする。2 以上の正の整数 m に対して、次の和を求めよ。

$$\sum_{k=2}^m \frac{a_k + b_k}{b_k b_{k+1}}$$

見本

採 点	
--------	--

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験						
番	号						

平成24年度入学者
選抜学力検査問題

数 学

(答案紙第3枚)

- 3 曲線 $C: y = e^{-x}$ 上の点 $A(a, e^{-a})$ における C の法線 m と直線 $l_1: x = a$ に関して、以下の問いに答えよ。
- (1) l_1 と m のなす角を θ とするとき、 $\tan \theta$ を a を用いて表せ。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。
 - (2) m に関して l_1 と対称な直線を l_2 とするとき、 l_2 の方程式を a を用いて表せ。
 - (3) l_2 と y 軸の交点を P とおく。 a が実数全体を動くとき、 P の y 座標の最大値とそのときの a の値を求めよ。
 - (4) a を (3) で求めた値とすると、曲線 C 、 y 軸および線分 AP で囲まれた部分を、 y 軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

見本

採	
点	

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験					
番	号					

平成24年度入学者
選抜学力検査問題

数 学

(答案紙第4枚)

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ で表される1次変換を f とする。 f によって、点 $P_0(1, 0)$ が移る点を $P_1(x_1, y_1)$ 、正の整数 n に対して点 $P_n(x_n, y_n)$ が移る点を $P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$ とする。原点を O とし、以下の問いに答えよ。

- (1) $\cos \angle P_n O P_{n+1}$ の値を求めよ。
- (2) 2以上の整数 n で、直線 OP_n が線分 $P_0 P_1$ と交わる最小の n を求めよ。
- (3) i を虚数単位とする。0でない整数 n に対して、実数 a_n, b_n を $(2+3i)^n = a_n + b_n i$ により定める。このとき次の等式

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & -b_n \\ b_n & a_n \end{pmatrix}$$

が0でないすべての整数 n に対して成り立つことを証明せよ。ただし、正の整数 m に対し $A^{-m} = (A^m)^{-1}$ とする。

見本

採 点		合 計 点	
--------	--	-------------	--

裏面を使用して解答する場合は、この線より下に解答すること

受	験					
番	号					

下 書 き 用 紙