24 B

数　学

［注意事項］

1. 監督者の指示があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 問 I，II の解答はマークシートにマークし，問 III の解答は専用の解答用紙に書くこと。
3. マークシート解答用紙は，コンピュータで処理するので，折り曲げたり汚したりしないこと。
4. マークシートに，氏名・受験番号を記入し，受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。また，問 III の解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答案は無効になる。

受験番号のマーク例（13015の場合）

受	験	番	号	
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
⓪	⓪	●	⓪	⓪
●	①	①	●	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

5. 問 I，II において，マークするときは，HBまたはBの黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえで，新たにマークし直すこと。
6. マークで解答する場合は，下記の例に従い，正しくマークすること。

正しいマーク例

① ② ● ④ ⑤ ⑥

誤ったマーク例

① ② ③ ④ ⑤ ⑥	○をする
① ② ③ ④ ⑤ ⑥	Vをする
① ② ● ④ ⑤ ⑥	完全にマークしない
① ② ● ④ ⑤ ⑥	枠からはみだす

7. マークで解答する場合，$\boxed{}$ の中の文字は，それぞれ符号（−）または，数字1文字が対応している。ただし，符号は選択肢に含まれない場合がある。例えば，$\boxed{アイ}$ の形の場合，−9から−1の整数または10から99の整数が入り得る。

−2の場合

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		⓪	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

32の場合

ア	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		⓪	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

I　$\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。ただし，それぞれの問題で同じ記号の $\boxed{}$ には同一の値がはいる。

(1)　さいころを3回投げたとき，出た目の積について確率を考える。

3の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ であり，奇数でかつ3の倍数にならない確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。これなどによって，6の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サシス}}}$ である。

(2) $y = |ax^2 + bx + c| + dx^2 + ex + f$ は，区間[$\boxed{\text{アイ}}$ ， $\boxed{\text{ウ}}$]では $y = -(x+1)(x-5)$ となり，それ以外の区間では $y = 3(x+1)(x-1)$ となる。

このとき $a =$ $\boxed{\text{エ}}$ ， $b =$ $\boxed{\text{オカ}}$ ， $c =$ $\boxed{\text{キク}}$ ，
$d =$ $\boxed{\text{ケ}}$ ， $e =$ $\boxed{\text{コ}}$ ， $f =$ $\boxed{\text{サ}}$ である。

(3) x 軸を準線とし $y=x$ に(3, 3)で接している放物線がある。焦点の座標は

($\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$)であり，放物線の方程式を $y=ax^2+bx+c$ とすると，$a=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$b=\boxed{\text{オ}}$，$c=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(4) 行列 A と行列 $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ の積が $AB = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ となり，行列 A と

行列 $C = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ の積が，$AC = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{-2}{3} \end{pmatrix}$ となる。このとき

$A(B+C) = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ア}} \\ \boxed{\text{イ}} \end{pmatrix}$ であり，$A(B-C) = \begin{pmatrix} \dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}} \\ \dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \end{pmatrix}$ であるので，

$A = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ク}} & \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} \\ \boxed{\text{シ}} & \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \end{pmatrix}$ である。

行列 $D = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} = \boxed{\text{ソ}}\,B + \boxed{\text{タ}}\,C$ であることに注意すると，

$AD = \begin{pmatrix} \boxed{\text{チ}} \\ \boxed{\text{ツ}} \end{pmatrix}$ となる。A^2D，A^3D，A^4D，…と求めていくと

$\boxed{\text{テ}}\,B + \boxed{\text{ト}}\,C = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ナ}} \\ \boxed{\text{ニ}} \end{pmatrix}$ に近づいていく。

(5) $y=x^2$ で表される放物線上の点A$(t,\ t^2)$における法線の方程式は $y=-\dfrac{1}{2t}x+\dfrac{1}{2}+t^2$ と表される。同様に$(t+h,\ (t+h)^2)$における法線をとり，二つの法線の交点を考える。$h \to 0$ としたときの交点を，点Aの曲率中心と呼ぶ。点A$(t,\ t^2)$での曲率中心は$(x(t),\ y(t))=(at^b, ct^d+e)$とおくと，$a=$ $\boxed{\text{アイ}}$ ，$b=$ $\boxed{\text{ウ}}$ ，$c=$ $\boxed{\text{エ}}$ ，$d=$ $\boxed{\text{オ}}$ ，$e=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり，$\displaystyle\int_0^{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt=$ $\boxed{\text{クケ}}$ であり，これは t を0から$\sqrt{2}$まで動かしたときの曲率中心の軌跡の長さを表している。

II $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。

座標平面において，直線の方程式 $4x+3y-5=0$ について考える。この直線上に始点と終点を持つすべてのベクトルはベクトル $\vec{a}=(4,\ \boxed{ア}\ )$ と直交する。原点Oを始点としてこの直線上に終点を持つベクトルを $\vec{b}$ とおくと，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{イ}$ となる。ここで点C$(1,\ -1)$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。Cを始点とし，終点をこの直線上に持つベクトルで長さが1番短いベクトルを考える。このとき，その終点の位置ベクトルは $\vec{c}+t\vec{a}$ という形をしているので，$t=\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ と求まる。したがって，点Cとこの直線との距離は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

次に，座標空間において $\vec{d}=(1,\ -1,\ 2)$，$\vec{e}=(1,\ 2,\ -2)$，$\vec{p}=(3,\ 1,\ 1)$ とおく。ここで，任意の実数 k で，$k\vec{d}$ で表されるベクトルの終点の全体は，原点を通る直線を表す。また，$\vec{p}+k\vec{e}$ は，点 $(3,\ 1,\ 1)$ を通る直線を表す。この2つの直線から1点ずつを取り，その2点を結んだ線分を考える。そのような線分の長さの最小値をこの2直線の距離と呼ぶことにしよう。ここで，$\vec{d}$ と $\vec{e}$ に直交するようなベクトル $\vec{f}=\left(1,\ \boxed{クケ},\ \dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}}\right)$ を取る。すると，$\vec{f}\cdot\vec{p}=\dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソ}}$ となる。したがって，この2直線の距離は $\dfrac{\sqrt{\boxed{タチ}}}{\boxed{ツテ}}$ となる。

III 次の問いに答えよ。

(1) 虚数 $\alpha = a + bi$ に対し虚数 $a - bi$ のことを何というか。

(2) $f(x)$ を x の実数係数の n 次多項式とする。虚数 $\alpha = a + bi$ に対し $f(\alpha) = 0$ とする。このとき，多項式 $f(x)$ は $x^2 - 2ax + (a^2 + b^2)$ で割り切れることを示せ。

(3) $f(x)$ を最高次の係数が 1 である x の実数係数の n 次多項式とする。このとき，n 個の $x + \alpha$（α は複素数）の形の因子の積で表せることが知られている。このとき，α が虚数であるような因子の数は常に偶数となることを示せ。