

# 理 科

理科は **物理** **化学** **生物** のうち 2 科目を選択受験のこと。

**物理** ..... 1 頁 **化学** ..... 16 頁 **生物** ..... 31 頁

問題 ① はマークシート方式、 ② は記述式である。

① の解答はマークシートに、 ② の解答は解答用紙に記入すること。

## 〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまでは、この問題冊子を開かないこと。
2. マークシートは、コンピュータで処理するので、折り曲げたり汚したりしないこと。
3. マークシートに、氏名・受験番号を記入し、科目選択・受験番号をマークすること。

マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。

受験番号のマーク例(13015の場合)

受験番号				
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
①	①	●	①	①
●	①	①	●	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

4. マークシートにマークするときは、HB または B の黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には、消しゴムで丁寧に消し、消しきずを完全に取り除いたうえで、新たにマークし直すこと。
5. 下記の例に従い、正しくマークすること。

(例えば c と答えたいとき)

正しいマーク例

①	④	●	③	⑤	⑦	⑨
---	---	---	---	---	---	---

誤ったマーク例

①	④	●	③	⑤	⑦	⑨
④	①	✓	③	⑤	⑦	⑨
④	③	●	④	⑤	⑦	⑨
④	⑤	●	④	⑥	⑦	⑨

○をする

✓をする

完全にマークしない

枠からはみ出す

6. 各科目とも基本的に正解は一つであるが、科目によっては二つ以上解答を求めている場合があるので設問をよく読み解答すること。
7. 解答は所定の位置に記入すること。

# 物 理

I 以下の問題(第1問～第3問)の答えをマークシートに記せ。

第1問 次の問い合わせ(問1～問5)に答えよ。〔解答番号  ~  〕

問1 天井に固定された滑車の下にある動滑車に人の乗るゴンドラが付けられ、図1のように、滑車にかけた1本の綱の一端を人が引っ張って静止している。人の質量を  $M$ 、ゴンドラの質量を  $m$ 、滑車と綱の質量および摩擦は無視でき、綱は滑車にかかっている部分を除きすべて鉛直になっているものとする。下の問い合わせ((a), (b))に答えよ。

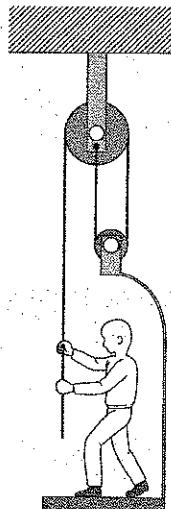


図1

(a) 人が綱を引いている力の大きさはいくらか。正しいものを、次の①～⑩のうちから一つ選べ。ただし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

1
---

- ①  $mg$       ②  $Mg$       ③  $\frac{1}{2}mg$   
④  $\frac{1}{2}Mg$       ⑤  $\frac{1}{3}mg$       ⑥  $\frac{1}{3}Mg$   
⑦  $(M+m)g$       ⑧  $\frac{1}{2}(M+m)g$       ⑨  $\frac{1}{3}(M+m)g$   
⑩  $\left(\frac{1}{3}M + \frac{1}{2}m\right)g$

(b) このとき、ゴンドラの床から人が離れないためには、 $M$  と  $m$  の間に  
は、

2
---

 $\geq 0$ 

の関係が成り立たなければならぬ。

2
---

 に入れるのに正しい式  
を、次の①～⑧のうちから一つ選べ。

- ①  $M - m$       ②  $m - M$       ③  $M - 2m$   
④  $2M - m$       ⑤  $2M - 3m$       ⑥  $M - 3m$   
⑦  $3M - 2m$       ⑧  $3M - m$

問 2 なめらかな水平面上で、 $x$  軸上を速さ  $4 \text{ m/s}$  で正の向きに進む質量  $2 \text{ kg}$  の物体 A と、 $y$  軸上を速さ  $10 \text{ m/s}$  で正の向きに進む質量  $1 \text{ kg}$  の物体 B と  
が座標軸の原点で衝突し、衝突後の A は速さ  $2 \text{ m/s}$  で  $y$  軸上を正の向きに  
進んだ。B の衝突後の速度の  $x$  成分と  $y$  成分は、それぞれいくらか。正しい  
ものを、下の①～⑩のうちから一つずつ選べ。

B の衝突後の速度の  $x$  成分は 

3
---

 m/s

B の衝突後の速度の  $y$  成分は 

4
---

 m/s

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5  
⑥ 6      ⑦ 7      ⑧ 8      ⑨ 9      ⑩ 10

問 3 シャボン玉の美しい虹色は、光の反射・屈折・干渉の性質による。図 2 のように、シャボン膜の表面で反射する光と裏面で反射する光の道筋に経路差が生じる。その経路差によって、干渉して強めあう光の波長が異なり、見える色が変わる。シャボン膜の屈折率を  $n$  として、下の問い合わせ((a), (b))に答えよ。

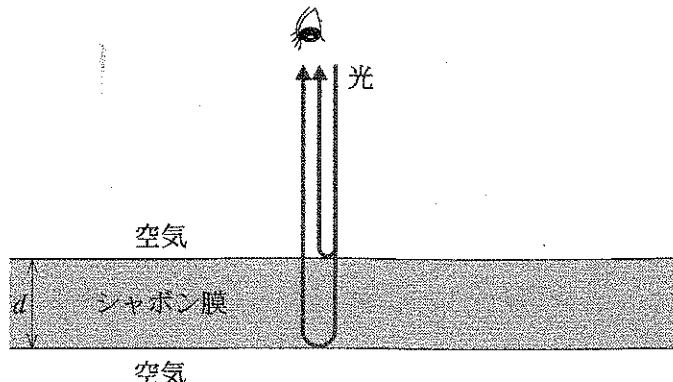


図 2

(a) 光の速さは物質中で遅くなり、屈折率  $n$  の物質中では真空中の光速の  $\frac{1}{n}$  倍となる。では、真空中で波長  $\lambda$  の光は、屈折率  $n$  のシャボン膜の中で波長はいくらになるか。正しいものを、次の①～⑨のうちから一つ選べ。

5

- |                       |                        |                        |                        |               |
|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|---------------|
| ① $\lambda$           | ② $\frac{\lambda}{2}$  | ③ $2\lambda$           | ④ $n\lambda$           | ⑤ $2n\lambda$ |
| ⑥ $\frac{\lambda}{n}$ | ⑦ $\frac{\lambda}{2n}$ | ⑧ $\frac{n\lambda}{2}$ | ⑨ $\frac{2\lambda}{n}$ |               |

(b) 前問(a)の光が図2のように厚さ  $d$  のシャボン膜で干渉して強めあう条件として、正しいものを、次の①～⑨のうちから一つ選べ。ただし、 $m$  は整数である。

6

①  $2d = m\lambda$

②  $2nd = m\lambda$

③  $\frac{2d}{n} = m\lambda$

④  $2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

⑤  $2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

⑥  $\frac{2d}{n} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$

⑦  $2d = \left(m + \frac{n}{2}\right)\lambda$

⑧  $2nd = \left(m + \frac{n}{2}\right)\lambda$

⑨  $\frac{2d}{n} = \left(m + \frac{n}{2}\right)\lambda$

問4 真空中で  $xyz$  座標の  $0 \leq x \leq d$  の範囲内に、強さ  $E$  の一様な電界を  $y$  軸の正の向きにかける。いま、質量  $m$ 、電荷  $q$  の正イオンが、 $x$  軸上を負の方向から速さ  $v$  で飛んできて、電界がかけてある領域を通過して飛んでいく。重力は考えなくてよいとして、次の問い((a), (b))に答えよ。

(a) 電界がかけてある  $0 \leq x \leq d$  の領域を通過後、 $x$  座標が  $x = 2d$  になつた瞬間の正イオンの  $y$  座標はいくらか。正しいものを、次の①～⑩のうちから一つ選べ。

$y =$  7

①  $\frac{qEd^2}{2mv^2}$

②  $\frac{qEd^2}{mv^2}$

③  $\frac{3qEd^2}{2mv^2}$

④  $\frac{2qEd^2}{mv^2}$

⑤  $\frac{5qEd^2}{2mv^2}$

⑥  $d + \frac{qEd^2}{2mv^2}$

⑦  $d + \frac{qEd^2}{mv^2}$

⑧  $d + \frac{3qEd^2}{2mv^2}$

⑨  $d + \frac{2qEd^2}{mv^2}$

⑩  $d + \frac{5qEd^2}{2mv^2}$

(b) 電界がかけてある  $0 \leq x \leq d$  の範囲内に、さらに磁束密度  $B$  の一様な磁界を  $z$  軸の正の向きにかけた。 $x$  軸上を負の方向から速さ  $v$  で飛んできた正イオンが、 $x$  軸上を直進して正の方向に飛び去るとき、 $v$  はいくらくか。正しいものを、次の①～⑩のうちから一つ選べ。

$$v = \boxed{8}$$

- |  |                                       |                          |                           |
|--|---------------------------------------|--------------------------|---------------------------|
| ① $\frac{E}{B}$                        | ② $\frac{2E}{B}$                      | ③ $\frac{qBd}{m}$        | ④ $\frac{2qBd}{m}$        |
| ⑤ $\sqrt{\frac{E}{B}}$                 | ⑥ $\sqrt{\frac{2E}{B}}$               | ⑦ $\sqrt{\frac{qEd}{m}}$ | ⑧ $\sqrt{\frac{2qEd}{m}}$ |
| ⑨ $\frac{\sqrt{q^2B^2d^2 + 2mqEd}}{m}$ | ⑩ $\frac{\sqrt{q^2B^2d^2 - mqEd}}{m}$ |                          |                           |

問 5 外部と熱の出入りがない容器の中に液体が入っている。容器と液体は熱平衡にあり温度は  $T_0$  であった。容器の中の液体に熱量  $Q$  を加えたところ容器と液体の温度は  $T_1$  になった。さらにこの中に温度  $T$ 、質量  $M$  の金属を入れたところ、容器と液体と中に入れた金属全体の温度は  $T_2$  になった。このとき、中に入れた金属の比熱を表す式は  $\boxed{9} \times \frac{Q}{M}$  となる。

$\boxed{9}$  に入る式として正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。

- |  |  |
|--|--|
| ① $\frac{T_1 - T_0}{(T - T_2)(T_2 - T_1)}$ | ② $\frac{T_2 - T_1}{(T_1 - T_0)(T - T_2)}$ |
| ③ $\frac{T - T_2}{(T_2 - T_1)(T_1 - T_0)}$ | ④ $\frac{T_1 - T_0}{(T - T_1)(T_2 - T_1)}$ |
| ⑤ $\frac{T_2 - T_1}{(T_1 - T_0)(T - T_1)}$ | ⑥ $\frac{T - T_2}{(T - T_1)(T_1 - T_0)}$   |

第2問 図1のように空气中に、絶縁被覆した導線を一様に巻いた断面積  $S$ 、長さ  $\ell$ 、単位長さあたりの巻数  $n_1$  のソレノイドコイル1があり、その上から単位長さあたりの巻数  $n_2$  のソレノイドコイル2を、コイル1と同じ長さ  $\ell$  になるように巻き付けた。ただし、 $n_1 > n_2$  とし、コイル1の両端の端子を  $a_1, b_1$ 、コイル2の両端の端子を  $a_2, b_2$  とする。コイル1の自己インダクタンスを  $L_1$ 、コイル2の自己インダクタンスを  $L_2$ 、コイル1とコイル2の相互インダクタンスを  $M$  で表す。空気の透磁率を  $\mu$  とし、コイル1およびコイル2の内部にできる磁界は一様であるとして、下の問い合わせ(問1～問5)に答えよ。〔解答番号  ~  〕

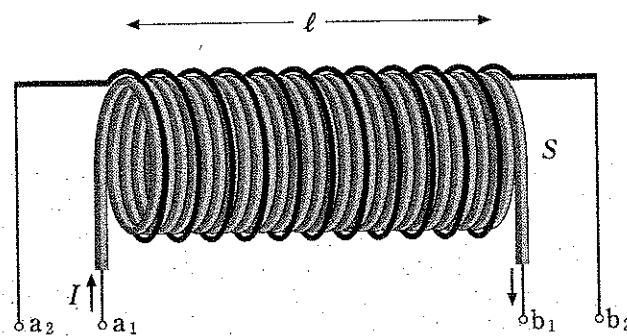


図1

問1 コイル1に電流  $I$  を流すとき(図1)、コイル1の内部の磁束密度はどのように表されるか。正しいものを、次の①~⑧のうちから一つ選べ。

- |               |                    |                         |                            |
|---------------|--------------------|-------------------------|----------------------------|
| ① $\mu n_1 I$ | ② $\mu n_1 \ell I$ | ③ $\mu \frac{n_1}{S} I$ | ④ $\mu \frac{n_1}{\ell} I$ |
| ⑤ $n_1 I$     | ⑥ $n_1 \ell I$     | ⑦ $\frac{n_1}{S} I$     | ⑧ $\frac{n_1}{\ell} I$     |

問 2 コイル 1 に図 1 の矢印の向きに流す電流  $I$  を時間  $\Delta t$  の間に  $\Delta I$ だけ増加させるとき、コイル 2 の端子  $b_2$  に対する端子  $a_2$  の電位は、コイル 1 とコイル 2 の相互インダクタンス  $M$  を用いてどのように表されるか。正しいものを、次の①～⑧のうちから一つ選べ。

2

- |  |   |                                   |
|--|---|-----------------------------------|
| ① $MI\Delta I$   | ② $-MI\Delta I$   | ③ $\frac{M}{2} \Delta I \Delta t$ |
| ④ $-\frac{M}{2} \Delta I \Delta t$                         | ⑤ $M \frac{\Delta I}{\Delta t}$                             | ⑥ $-M \frac{\Delta I}{\Delta t}$  |
| ⑦ $\frac{M}{2} \left( \frac{\Delta I}{\Delta t} \right)^2$ | ⑧ $-\frac{M}{2} \left( \frac{\Delta I}{\Delta t} \right)^2$ |                                   |

問 3 コイル 1 を流れる電流が変化すると問 1 の磁束密度が変化して、コイル 2 に誘導起電力が生じる。この誘導起電力を問 2 の結果と比較してコイル 1 とコイル 2 の相互インダクタンス  $M$  を求めると、 $M$  はいくらか。また、同様にしてコイル 1 の自己インダクタンス  $L_1$  を求めると、 $L_1$  はいくらか。正しいものを、下の①～⑧のうちから一つずつ選べ。

$$M = \boxed{3}$$

$$L_1 = \boxed{4}$$

- |               |                   |                        |                                |
|---------------|-------------------|------------------------|--------------------------------|
| ① $\mu n_1 S$ | ② $\mu n_1^2 S$   | ③ $\mu n_1^2 \ell S$   | ④ $\mu \frac{n_1^2}{\ell} S$   |
| ⑤ $\mu n_2 S$ | ⑥ $\mu n_1 n_2 S$ | ⑦ $\mu n_1 n_2 \ell S$ | ⑧ $\mu \frac{n_1 n_2}{\ell} S$ |

問 4 コイル 2 の両端の端子  $a_2$ ,  $b_2$  が図 1 のようにどこにもつながっていない場合には、問 2 のように電流を増加させると同時に外部からする仕事が、コイル 1 のエネルギーとして蓄えられる。いま、図 2 のように、コイル 1 の端子  $b_1$  をコイル 2 の端子  $a_2$  と導線でつないでからコイル 1, 2 に電流  $I$  を流すと、二つのコイルに蓄えられるエネルギーの合計はいくらか。また、図 3 のように、コイル 1 の端子  $b_1$  をコイル 2 の端子  $b_2$  と導線でつないでからコイル 1, 2 に電流  $I$  を流すと、二つのコイルに蓄えられるエネルギーの合計はいくらか。正しいものを、下の①～⑨のうちから一つずつ選べ。

図2の二つのコイルに蓄えられるエネルギーの合計は

5

図3の二つのコイルに蓄えられるエネルギーの合計は

6

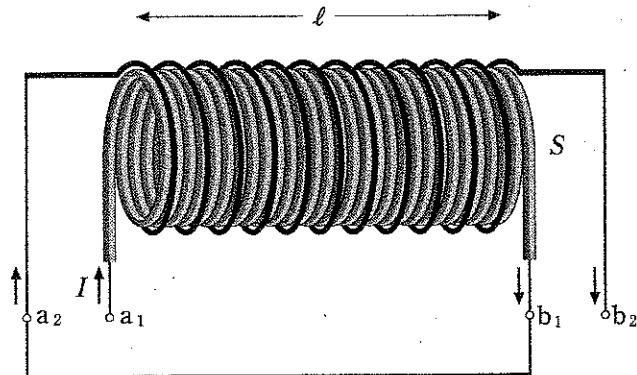


図2

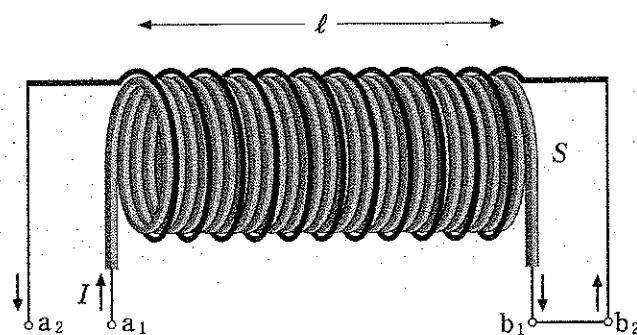


図3

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ① $\frac{1}{2} MI^2$                | ② $\frac{1}{2} (L_1 + L_2)I^2$      |
| ③ $\frac{1}{2} (L_1 + L_2)I^2$      | ④ $\frac{1}{2} (L_1 - L_2 + M)I^2$  |
| ⑤ $\frac{1}{2} (L_1 + L_2 - M)I^2$  | ⑥ $\frac{1}{2} (L_1 + L_2 + M)I^2$  |
| ⑦ $\frac{1}{2} (L_1 - L_2 + 2M)I^2$ | ⑧ $\frac{1}{2} (L_1 + L_2 - 2M)I^2$ |
| ⑨ $\frac{1}{2} (L_1 + L_2 + 2M)I^2$ |                                     |

問 5 図3の場合のコイル1の内部の磁束密度の大きさは、問1の磁束密度の大きさの何倍か。正しいものを、次の①～⑨のうちから一つ選べ。

7 倍

$$\textcircled{1} \quad \frac{n_2}{n_1}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{n_1 + n_2}{n_1}$$

$$\textcircled{4} \quad n_2\ell$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{n_2^2}{n_1} \ell$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1} \ell$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{n_1^2 + n_2^2}{n_1} \ell$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{(n_1 - n_2)^2}{n_1} \ell$$

$$\textcircled{9} \quad \frac{(n_1 + n_2)^2}{n_1} \ell$$

第3問 熱を通さないシリンダーと、熱を通さない断面積  $S$ 、質量  $M$  のピストンがある。シリンダーとピストンの間から気体はもれず、ピストンはなめらかに動くものとする。シリンダー内部には圧力  $p$ 、温度  $T$  の理想気体があり、ピストンはシリンダーの底面から高さ  $L$  で静止している(図1)。気体の定積モル比熱を  $C_V$ 、重力加速度の大きさを  $g$ 、気体定数を  $R$ 、外気の大気圧は無視できるものとして、下の問い合わせ(問1～問5)に答えよ。

[解答番号  ~  ]

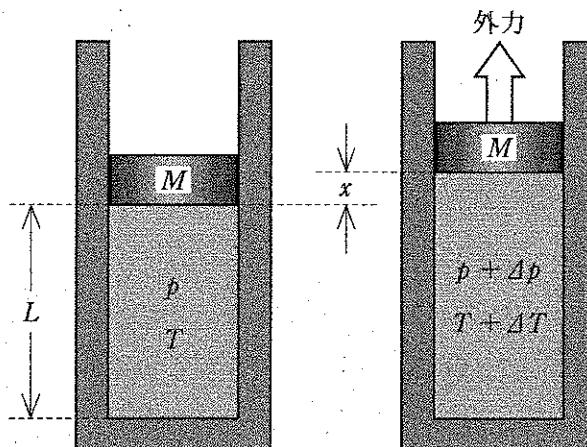


図1

図2

問1 図1のように、ピストンにはたらく重力と気体の圧力による力がつり合っているとき、シリンダー内部の気体の圧力  $p$  はいくらく。正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。

$$p = \boxed{1}$$

- |                  |                  |                   |
|------------------|------------------|-------------------|
| ① $Mg$           | ② $MgL$          | ③ $MgS$           |
| ④ $\frac{Mg}{S}$ | ⑤ $\frac{Mg}{L}$ | ⑥ $\frac{Mg}{LS}$ |

問 2 ピストンが静止している状態から、ピストンに外力を加えてわずかな距離  $x$ だけ持ち上げたところ(図2)，理想気体の圧力と温度は、それぞれ， $p + \Delta p$ ,  $T + \Delta T$ になった。状態方程式を用いると、圧力の変化の割合  $\frac{\Delta p}{p}$  と温度の変化の割合  $\frac{\Delta T}{T}$  の間には、 $\frac{\Delta p}{p} = \boxed{2}$  の関係がある。

$\boxed{2}$  に入れるのに正しい式を、次の①～⑧のうちから一つ選べ。

ただし、 $a$ ,  $b$ が1に対してじゅうぶん小さいとき、 $(1+a)(1+b) \approx 1+a+b$ と近似してよい。

- |  |  |                                       |
|--|--|---------------------------------------|
| ① $\frac{\Delta T}{T} + \frac{x}{L}$   | ② $\frac{\Delta T}{T} - \frac{x}{L}$   | ③ $\frac{\Delta T}{T} + \frac{xL}{S}$ |
| ④ $\frac{\Delta T}{T} - \frac{xL}{S}$  | ⑤ $-\frac{\Delta T}{T} + \frac{x}{L}$  | ⑥ $-\frac{\Delta T}{T} - \frac{x}{L}$ |
| ⑦ $-\frac{\Delta T}{T} + \frac{xL}{S}$ | ⑧ $-\frac{\Delta T}{T} - \frac{xL}{S}$ |                                       |

問 3 熱の出入りはないので、ピストンを  $x$ だけ持ち上げると気体は断熱変化する。このとき温度変化の割合  $\frac{\Delta T}{T}$  はどのように表されるか。正しいものを、次の①～⑧のうちから一つ選べ。

$$\frac{\Delta T}{T} = \boxed{3}$$

- |                           |                             |                            |
|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| ① $-\frac{R}{C_V L} x$    | ② $\frac{R}{C_V L} x$       | ③ $-\frac{C_V}{RL} x$      |
| ④ $\frac{C_V}{RL} x$      | ⑤ $-\frac{R}{(C_V + R)L} x$ | ⑥ $\frac{R}{(C_V + R)L} x$ |
| ⑦ $-\frac{C_V + R}{RL} x$ | ⑧ $\frac{C_V + R}{RL} x$    |                            |

問 4 このときピストンに加えている鉛直方向の外力の大きさはいくらか。正しいものを、次の①～⑧のうちから一つ選べ。  $\boxed{4}$

- |                                 |                                  |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| ① $\frac{RMg}{C_V L} x$         | ② $\frac{RMgL}{C_V S} x$         | ③ $\frac{C_V Mg}{RL} x$          |
| ④ $\frac{C_V MgL}{RS} x$        | ⑤ $\frac{C_V Mg}{(C_V + R)L} x$  | ⑥ $\frac{C_V MgL}{(C_V + R)S} x$ |
| ⑦ $\frac{(C_V + R)Mg}{C_V L} x$ | ⑧ $\frac{(C_V + R)MgL}{C_V S} x$ |                                  |

問 5 ピストンに加えていた外力を取り去れば、ピストンは単振動を始める。このときの単振動の周期はいくらか。正しいものを、次の①～⑧のうちから一つ選べ。

5

$$\textcircled{1} \quad 2\pi \sqrt{\frac{C_V L}{g R}}$$

$$\textcircled{2} \quad 2\pi \sqrt{\frac{C_V S}{g L R}}$$

$$\textcircled{3} \quad 2\pi \sqrt{\frac{R L}{g C_V}}$$

$$\textcircled{4} \quad 2\pi \sqrt{\frac{R S}{g C_V L}}$$

$$\textcircled{5} \quad 2\pi \sqrt{\frac{(C_V + R) L}{g C_V}}$$

$$\textcircled{6} \quad 2\pi \sqrt{\frac{(C_V + R) S}{g C_V L}}$$

$$\textcircled{7} \quad 2\pi \sqrt{\frac{C_V L}{g (C_V + R)}}$$

$$\textcircled{8} \quad 2\pi \sqrt{\frac{C_V S}{g (C_V + R) L}}$$

## II

次の問い合わせに答えよ。解答用紙の所定の欄には、結果だけでなく考え方と途中の式も示せ。

小惑星探査機「はやぶさ」は、小惑星イトカワの砂を持ち帰って来た。図1の太線ははやぶさの軌道で、地球の公転軌道上の点Aで地球を出発し、イトカワの公転軌道上の点Cでイトカワの砂を採取して地球に帰ってきた。点Aから点Cまでの運動について下の問い合わせ(問1～問3)に答えよ。

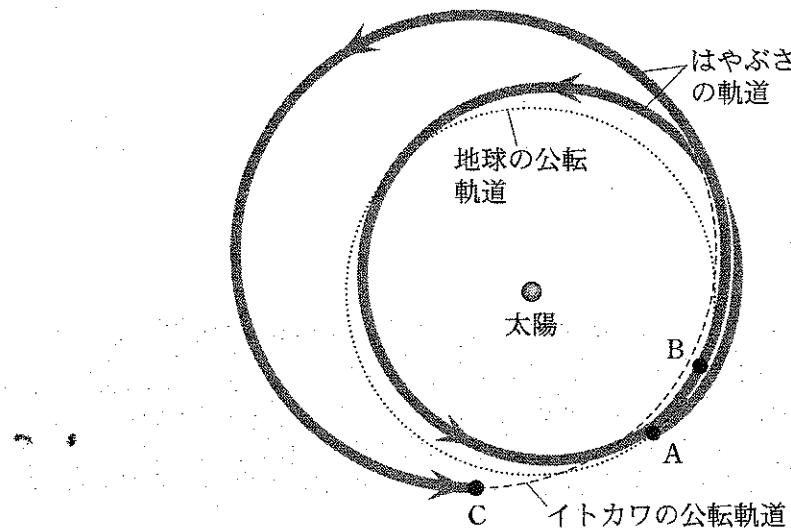


図1

問1 はやぶさはロケットに格納され、図1の点Aで地球から打ち上げられた。ロケットエンジンは燃料を噴射すると、その逆方向にロケットが進む力を与える。次の問い合わせ((a), (b))に答えよ。

- (a) 鉛直上向きにロケットを加速したとき、エンジンが与える力の大きさを  $F$ 、上向きの加速度を  $a$ 、ロケットの質量を  $M$ 、重力加速度の大きさを  $g$  として運動方程式を書け。ただし、空気抵抗は無視する。
- (b) 打ち上げられてから10秒後のロケットの速さは時速何kmか。ただし この間、 $F$  と  $M$  の値は変化しないと仮定し、 $F = 4.0 \times 10^6 \text{ N}$ ,  $M = 2.0 \times 10^5 \text{ kg}$ ,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  として、有効数字2桁で求めよ。

問 2 図1の点Aでロケット先端部から飛び出したはやぶさは、地球の公転軌道の近くを地球の後追いをするように太線に沿って太陽のまわりを1周した。そしてイトカラへ向かう新たな軌道に乗るために、図1の点Bで再び地球に接近して、燃料を使わずに速度を上げることのできる「地球スwingバイ」という航法を行った。次の問い合わせ(a), (b)に答えよ。

(a) まず、このスwingバイを地球の観測者が見た様子を考えてみよう。

図2のように、地球に接近してきたはやぶさは、地球に最接近してから方向を変えて地球を遠ざかってゆく。地球の中心からじゅうぶん離れた距離 $r_0$ の位置におけるはやぶさの速度を、地球に接近するときと遠ざかるとき、それぞれ $\vec{u}_i$ と $\vec{u}_f$ とする。スwingバイの間、力学的エネルギーは保存するとしよう。このとき $|\vec{u}_i| = |\vec{u}_f|$ が成り立つ。地球に最接近したときの速さ $|\vec{u}_m|$ を、 $r_0$ ,  $\vec{u}_i$ , 地球の中心から最接近点までの距離 $r_m$ , 地球の質量 $M_E$ , 万有引力定数 $G$ を用いて表せ。

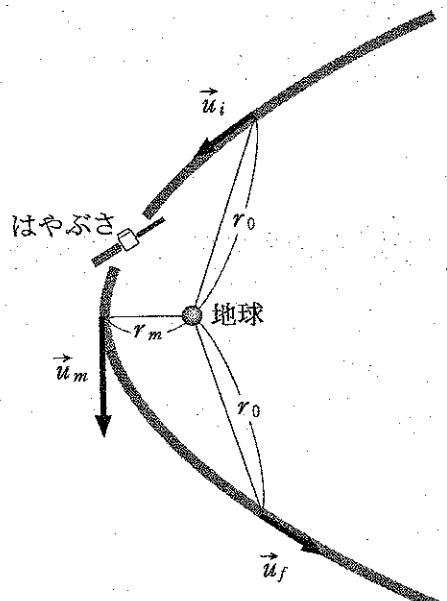


図2

(b) 次に太陽から見た図2の様子を考えてみよう。図1の点Bで、はやぶさは地球の公転軌道からイトカワの公転軌道へ乗りうつる。このとき、はやぶさは地球の重力によって運動すると同時に、地球の公転運動に引っ張られて一気に速度を変える。図2の $\vec{u}_i$ ,  $\vec{u}_f$ を太陽から見ると $\vec{v}_i$ ,  $\vec{v}_f$ になるとする。ただしこの間、地球の公転の速度は一定とみなし、この速度を $\vec{V}$ とする。

では、 $|\vec{v}_f|$ が最大となるような $\vec{u}_i$ ,  $\vec{u}_f$ ,  $\vec{V}$ の関係を求めてみよう。解答用紙に、 $\vec{V}$ と $\vec{u}_f$ のなす角が $\theta$ の場合の $\vec{u}_i$ ,  $\vec{u}_f$ ,  $\vec{V}$ の関係が図示されている。この図に $\vec{v}_i$ と $\vec{v}_f$ を表すベクトルを書き加えよ。この図において、 $|\vec{v}_f|$ が最大となる $\theta$ はいくらか。またこのときの $|\vec{v}_f|$ の値を、 $|\vec{V}| = 30 \text{ km/s}$ ,  $|\vec{u}_i| = |\vec{u}_f| = 4 \text{ km/s}$ とした場合に求めよ。

問3 小惑星イトカワも太陽の重力(万有引力)を向心力として公転している。イトカワの公転軌道を円軌道とみなしたとき、イトカワの公転周期 $T$ を、円軌道の半径 $R$ 、太陽の質量 $M_S$ 、万有引力定数 $G$ を用いて表せ。