

数 学 (全1の1)

次の に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. 数列 $\{a_n\}$ が $a_n = (1+r)^{-n}$ で定められるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) =$ ① となる。また、 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (1+r)^{-x} dx =$ ② となる。ただし、 r は正の実数とする。

2. 曲線 $y = 2 \tan^2 x$ 上の点 $(\frac{\pi}{4}, 2)$ における接線 l の方程式は $y =$ ③ であり、この曲線と接線 l および x 軸によって囲まれた部分の面積は ④ となる。ただし、 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ とする。

3. a は正の実数で、点 $A(0, a)$ 、点 $P(-2, 0)$ 、点 $Q(2, 0)$ を頂点とする三角形を考える。この三角形の外接円の中心座標は ⑤、半径は ⑥ であり、 $a =$ ⑦ のとき、外接円の半径は最小値 ⑧ をとる。

4. $y = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ のグラフと 2 点で接する直線の方程式は $y =$ ⑨ であり、接点の座標は ⑩ と ⑪ となる。

5. 点 $A(2, 2, 3)$ と点 $B(2, 4, 1)$ の中点を M 、原点を O とする。ベクトル \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{OM} とともに直交する単位ベクトル \vec{i} を成分表示で表すと ⑫ となる。また、 AB を底辺とする正三角形 ABC が $\overrightarrow{OM} \perp \overrightarrow{MC}$ の条件を満たすとき、頂点 C の座標は ⑬ となる。

6. $f(x) = a(x^2 - 6x + 10)^2 - x^2 + 6x - 5 + a$ とする。 $a = 0$ のとき、 $f(x)$ の最大値は ⑭ となる。また、 $f(x)$ が正の最大値をもつ a の条件は ⑮ であり、 $x =$ ⑯ のとき最大値をとる。

7. $f(x) = a \cos x$ 、 $g(x) = \sin x$ 、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ とする。曲線 $y = f(x)$ 、 x 軸、 y 軸で囲まれた部分の面積を S 、曲線 $y = f(x)$ 、曲線 $y = g(x)$ 、 y 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とする。

(i) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ が $x = \frac{\pi}{6}$ で交わる時、 $a =$ ⑰、 $\frac{S_1}{S} =$ ⑱ である。

(ii) $\frac{S_1}{S} = \frac{2}{3}$ のとき $a =$ ⑲ となる。

8. 次の計算をすると、

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}} =$$
 ⑳ となる。