

# 平成 24 年 度

## 試 験 問 題

# 理 科

(9 時 ~ 12 時)

### 【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中をみてはならない。
2. 試験科目、ページ、解答用紙数および選択方法は下表のとおりである。

科 目	ページ	解答用紙数	選 択 方 法
化 学	1 ~ 9	2 枚	左の3科目のうちから 2科目を選択せよ。
生 物	10 ~ 23	2 枚	
物 理	24 ~ 33	3 枚	

3. 監督者の指示に従って、選択しない科目を含む全解答用紙(7枚)に受験番号と選択科目を記入せよ。
  - ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ。
  - ② 選択科目記入欄に選択する2科目を○印で示せ。

上記①、②の記入がないものおよび3科目を選択または1科目のみを選択した場合は答案全部を無効とする。
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ。
5. 物理を選択するものは、必要な計算等を解答用紙中の計算用余白で行え。採点の参考にする。
6. 試験開始後、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせよ。
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない。
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない。問題冊子は持ち帰ってよい。

# 物 理

【1】 以下の  の中に適当な数，式または記号を記入せよ。

図1のように，定滑車にかけた糸  $\alpha$  の一端に質量  $3m$  [kg] の物体 A，他端に質量  $m$  [kg] の物体 B を結びつけ，さらに，物体 B に質量  $4m$  [kg] の物体 C を長さ  $L$  [m] の糸  $\beta$  で結びつける．最初，物体 C を固定された台の上におき，3つの物体を静止させておく．このとき，糸  $\alpha$ ， $\beta$  にたるみはない．

定滑車の質量，回転部の摩擦は考えなくてよい．糸の質量，物体の大きさは無視できるものとする．重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とし，以下の問に答えよ．

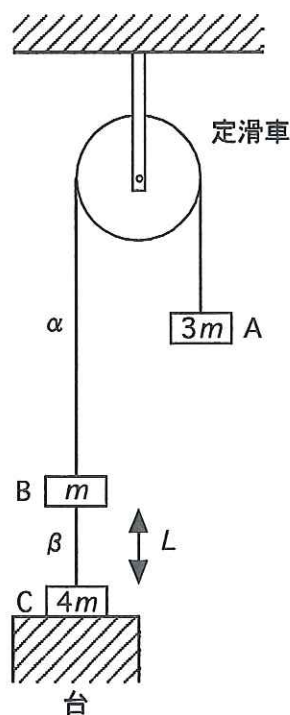


図1 定滑車，物体 A，B，C および台．

I) 糸  $\beta$  をたるませて，物体 B を物体 C の位置までゆっくりと鉛直に引き下げ，静かに手をはなした．糸  $\alpha$  は十分な長さを持ち，物体 A または B が定滑車に衝突することはない．また，糸  $\alpha$  がたるむことはないものとする．

物体 B は上昇を始めるが，手をはなした直後の物体 B の加速度の大きさは

[m/s<sup>2</sup>]

であり、糸  $\alpha$  の張力は

(1・2)	[N]
-------	-----

である。手をはなしてから時間

(1・3)	[s]
-------	-----

後に、再び糸  $\beta$  にたるみがなくなり、物体 C が台から離れることになるが、この直前の物体 B の速さは

(1・4)	[m/s]
-------	-------

である。

II) 物体 C が台から離れる瞬間に糸  $\alpha$  の両端に加わる撃力は大きさが同じであり、向きも同じになる。このことに注意し、

- (イ) 物体 A については下向きを正、物体 B, C については上向きを正
- (ロ) 物体 B については下向きを正、物体 A, C については上向きを正
- (ハ) 物体 C については下向きを正、物体 A, B については上向きを正

のうち

(1・5)
-------

として、3つの物体の運動量を足すと、この運動量の和は物体 C が台から離れる前後で保存することがわかる((1・5)には、適当な選択肢の記号を記入する)。これより、物体 C が台から離れた直後では、物体 C の速さは

(1・6)	[m/s]
-------	-------

となり、3つの物体の運動エネルギーの和は物体 C が台から離れる直前の

(1・7)	倍
-------	---

になる。

物体 C が上昇するとき、糸  $\alpha$  の張力は

(1・8)	[N]
-------	-----

であり、糸  $\beta$  の張力は

(1・9)	[N]
-------	-----

である。また、物体 C の加速度の大きさは

(1・10)	[m/s <sup>2</sup> ]
--------	---------------------

となる。

III) 物体 C は、台から離れてから時間

(1・11)	[s]
--------	-----

後に、台から距離

(1・12)	[m]
--------	-----

だけ鉛直上方の地点まで到達し、下降を始める。

物体 C は下降し、台に衝突するが、台は固定されており、物体 C と台は完全非弾性衝突をするものとする。また、物体 C と台が衝突した後、糸  $\alpha$  がたるむことはない。一方、物体 B は図 1 における静止位置から距離

(1・13)	[m]
--------	-----

だけ鉛直下方の地点まで到達し、再び上昇を始める。

これ以後、物体 B は上昇と下降をくりかえすことになる。最下点に到達してから次の最下点に到達するまでを 1 サイクルとすると、図 1 における静止位置から最下点までの距離は、1 サイクル経過するごとに、

(1・14)	倍
--------	---

になることがわかる。

【2】 以下の  の中に適当な数，式または説明を記入せよ。

図2のように，コイル，抵抗，コンデンサーよりなる直列回路がある．コイルの自己インダクタンスは  $L$  [H]，抵抗の抵抗値は  $R$  [ $\Omega$ ]，コンデンサーの電気容量は  $C$  [F] である．この回路の2つの端子に交流電源を接続する．交流電源の角周波数  $\omega$  [rad/s] は一定として，以下の間に答えよ．ただし，上記以外の電気抵抗はすべて無視できるものとする．なお，三角関数の合成については，

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \delta), \quad \sin \delta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

の公式がある．

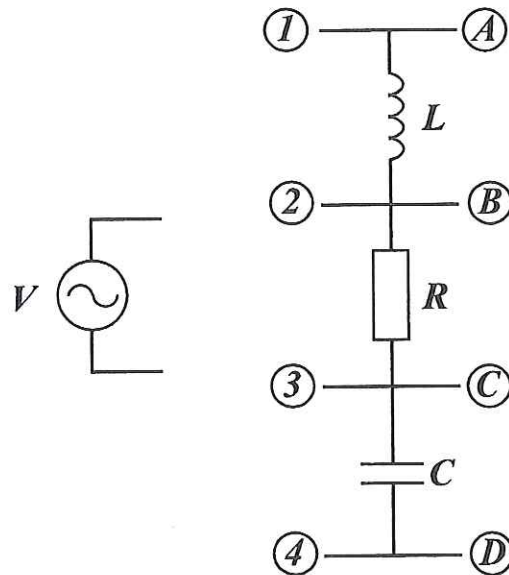


図2 コイル，抵抗，コンデンサー，交流電源よりなる直列回路。

I) まず，交流電源を①と③の端子に接続する場合を考える．回路はLR直列回路であり，時間を  $t$  [s] として，回路を流れる電流  $i_1$  [A] を  $i_1 = I_1 \sin \omega t$  ( $I_1 > 0$ ) とする．コイルにかかる電圧を  $v_{L1}$  [V]，抵抗にかかる電圧を  $v_{R1}$  [V] とすると，

$$v_{L1} = V_{L1} \cos \omega t, \quad v_{R1} = V_{R1} \sin \omega t$$

と表すことができ， $V_{L1}$ ， $V_{R1}$  は， $I_1$  を用いて，

$$V_{L1} = \boxed{\hspace{2cm} (2 \cdot 1) \hspace{2cm}}$$



$$V_{R1} = \boxed{(2 \cdot 2)}$$

と表される。回路全体に加わる電圧  $v_1$  [V] と電流  $i_1$  との間には位相の差  $\alpha$  が生じ、 $v_1 = V_1 \sin(\omega t + \alpha)$  ( $V_1 > 0$ ) となるが、回路全体の抵抗に相当するインピーダンスと呼ばれる量は、三角関数の公式より、

$$\frac{V_1}{I_1} = \boxed{(2 \cdot 3)}$$

となる。ここで、 $|V_{L1}| = 2|V_{R1}|$  という関係が成り立っているとすると、

$$\sin \alpha = \boxed{(2 \cdot 4)}$$

である((2・4)には、数を記入する)。

II) 次に、交流電源を②と④の端子に接続する場合を考える。回路は RC 直列回路であり、回路を流れる電流  $i_2$  [A] を  $i_2 = I_2 \sin \omega t$  ( $I_2 > 0$ ) とする。抵抗にかかる電圧を  $v_{R2}$  [V]、コンデンサーにかかる電圧を  $v_{C2}$  [V] とすると、

$$v_{R2} = V_{R2} \sin \omega t, \quad v_{C2} = V_{C2} \cos \omega t$$

と表すことができ、 $V_{R2}$  は(2・2)と同様の式で表され、 $V_{C2}$  は、 $I_2$  を用いて、

$$V_{C2} = \boxed{(2 \cdot 5)}$$

と表される。回路全体に加わる電圧  $v_2$  [V] と電流  $i_2$  との間には位相の差  $\beta$  が生じ、 $v_2 = V_2 \sin(\omega t + \beta)$  ( $V_2 > 0$ ) となるが、回路のインピーダンスは

$$\frac{V_2}{I_2} = \boxed{(2 \cdot 6)}$$

となる。ここで、 $|V_{C2}| = |V_{R2}|$  という関係が成り立っているとすると、

$$\sin \beta = \boxed{(2 \cdot 7)}$$

である((2・7)には、数を記入する)。

III) 続いて、交流電源を①と④の端子に接続する場合を考える。回路は LRC 直列回路であり、回路を流れる電流  $i_3$  [A] を  $i_3 = I_3 \sin \omega t$  ( $I_3 > 0$ ) とする。コイル

にかかる電圧を  $v_{L3}$  [V], 抵抗にかかる電圧を  $v_{R3}$  [V], コンデンサーにかかる電圧を  $v_{C3}$  [V] とすると,

$$v_{L3} = V_{L3} \cos \omega t, \quad v_{R3} = V_{R3} \sin \omega t, \quad v_{C3} = V_{C3} \cos \omega t$$

と表すことができ,  $V_{L3}, V_{R3}, V_{C3}$  は上と同様の式で表される. 回路全体に加わる電圧  $v_3$  [V] と電流  $i_3$  との間には位相の差  $\gamma$  が生じ,  $v_3 = V_3 \sin(\omega t + \gamma)$  ( $V_3 > 0$ ) となるが, 回路のインピーダンスは

$$\frac{V_3}{I_3} = \boxed{\hspace{2cm}} \quad (2 \cdot 8)$$

となる. ここで,  $|V_{L1}| = 2|V_{R1}|$ ,  $|V_{C2}| = |V_{R2}|$  の関係が成り立っているとすると,

$$\sin \gamma = \boxed{\hspace{2cm}} \quad (2 \cdot 9)$$

であり, また,  $V_{L3}$  は (2・1) と同様の式で表されることおよび (2・8) より,

$$\frac{V_{L3}}{V_3} = \boxed{\hspace{2cm}} \quad (2 \cdot 10)$$

である ((2・9) および (2・10) には, 数を記入する).

また, この LRC 直列回路において, 抵抗およびコンデンサーで消費される電力の 1 周期にわたる時間平均を, それぞれ,  $P_R$  [W],  $P_C$  [W] とすると,

$$P_R = \boxed{\hspace{2cm}} \quad (2 \cdot 11)$$

$$P_C = \boxed{\hspace{2cm}} \quad (2 \cdot 12)$$

である.

IV) さて, 図 2 の回路に図 3 のオシロスコープを接続する場合を考えよう. 図 2 の交流電源は常に①と④の端子に接続しているものとする. すなわち, LRC 直列回路に接続する場合であり, また,  $|V_{L1}| = 2|V_{R1}|$ ,  $|V_{C2}| = |V_{R2}|$  の関係は成り立っている.

まず, 図 2 のⒶとⒷの端子に図 3 のⒺとⒻの端子をそれぞれ接続すると, オシロスコープの表示画面の  $X$  軸の  $-a \leq X \leq a$  の領域に輝線が現れた. 次に, 図 2

のⒶとⒷの端子に図 3 のⒸとⒹの端子をそれぞれ接続すると、オシロスコープの表示画面の Y 軸の  $-a \leq Y \leq a$  の領域に輝線が現れた。

これらより、図 2 のⒷとⒸの端子に図 3 のⒸとⒹの端子をそれぞれ接続すると、オシロスコープの表示画面には、

$$(2 \cdot 13)$$

のように、輝線が現れることになる(解答用紙中の計算用余白に輝線の大まかな図を描き、(2・13)には、その図の特徴の簡潔な説明を記入する)。また、図 2 のⒶとⒷの端子に図 3 のⒺとⒻの端子をそれぞれ接続し、図 2 のⒷとⒸの端子に図 3 のⒸとⒹの端子をそれぞれ接続すると、オシロスコープの表示画面には、

$$(2 \cdot 14)$$

のように、輝線が現れることになる(解答用紙中の計算用余白に輝線の大まかな図を描き、(2・14)には、その図の特徴の簡潔な説明を記入する)。

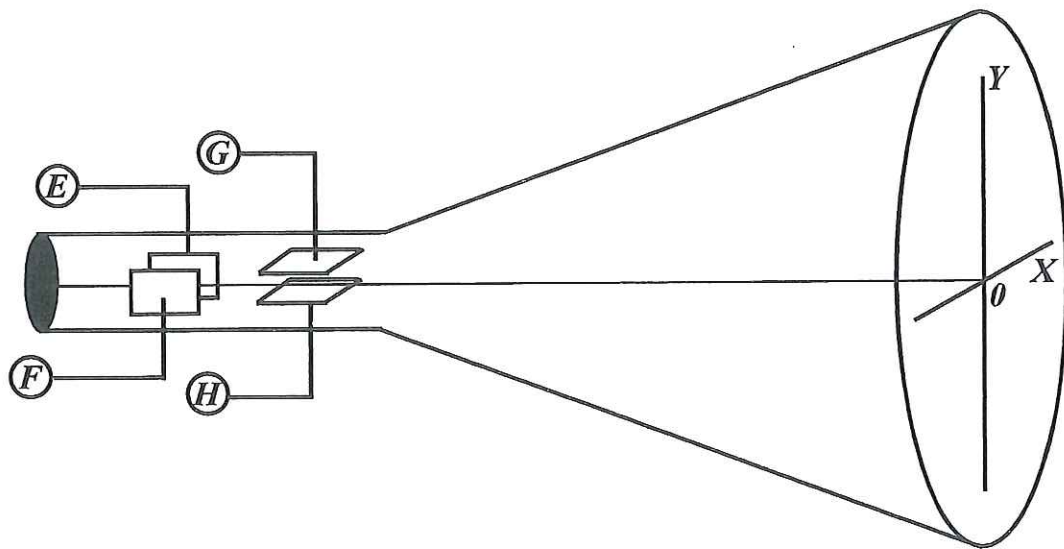


図 3 回路に接続するオシロスコープ。表示画面の横軸が X 軸，縦軸が Y 軸。



【3】 以下の  の中に適当な数、式または説明を記入せよ。計算は表および文中に与えられた数値を用いて行い、 $-1.2$  あるいは  $3.4 \times 10^{-5}$  のように、有効数字2桁で答えよ。なお、10を底とする対数(常用対数)については、

$$\log_{10} MN = \log_{10} M + \log_{10} N, \quad \log_{10} M^k = k \log_{10} M$$

の性質がある ( $M > 0, N > 0, k$  は実数)。

シリンダー内に  $n$  [mol] の理想気体が閉じ込められており、なめらかに動くピストンがシリンダーにある。この気体の定積モル比熱を  $C_V$  [J/(mol·K)]、定圧モル比熱を  $C_p$  [J/(mol·K)]、気体定数を  $R$  [J/(mol·K)] とする。

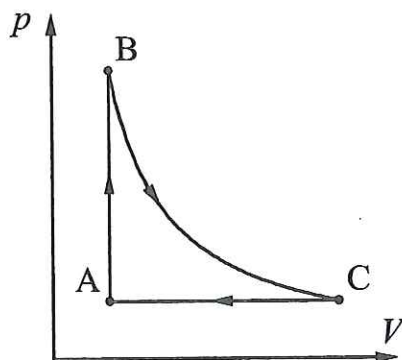


図4 圧力  $p$  と体積  $V$  の変化。

I) ピストンを動かし、シリンダー内の気体の圧力  $p$  [Pa] と体積  $V$  [m<sup>3</sup>] を、図4で示すように、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  と変化させた。  $A \rightarrow B$  は定積変化、  $B \rightarrow C$  は等温変化、  $C \rightarrow A$  は定圧変化であり、状態 A の気体の温度を  $T_1$  [K]、状態 B および C の気体の温度を  $T_2$  [K] とする。

熱力学の第1法則より、  $A \rightarrow B$  の定積変化の過程での気体の内部エネルギーの変化量は

$(3 \cdot 1)$	[J]
---------------	-----

であり、  $B \rightarrow C$  の等温変化の過程での気体の内部エネルギーの変化量は

$(3 \cdot 2)$	[J]
---------------	-----

である。また、 $C \rightarrow A$  の定圧変化の過程での気体の内部エネルギーの変化量は、この過程で気体がされる仕事を理想気体の状態方程式を用いて書きかえれば、

$$\boxed{(3 \cdot 3)} \quad [\text{J}]$$

となる ( $(3 \cdot 3)$  は  $R$  を用いて表す)。これらより、 $C_V$  と  $C_p$  の間には、

$$\boxed{(3 \cdot 4)}$$

の関係があることがわかる ( $(3 \cdot 4)$  には、関係式を記入する)。

表 1 圧力  $p$  と体積  $V$  の測定値および  $\log_{10} p$  と  $\log_{10} V$  の値。

$p$ [Pa]	5.000	2.834	1.895	1.386	1.074
$V$ [m <sup>3</sup> ]	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000
$\log_{10} p$	0.699	0.452	0.278	0.142	0.031
$\log_{10} V$	0.000	0.176	0.301	0.398	0.477

II) 次に、シリンダー内の気体を断熱変化させ、気体の圧力  $p$  と体積  $V$  を測定した。

表 1 は  $p$ ,  $V$  の測定値および  $\log_{10} p$ ,  $\log_{10} V$  の値である。理想気体の断熱変化では、 $p$  と  $V$  の間には、

$$pV^\gamma = \text{一定}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

の関係があり、 $\log_{10} V$  を横軸に、 $\log_{10} p$  を縦軸にとって、グラフを描くと、

$$\boxed{(3 \cdot 5)}$$

になるはずである ( $(3 \cdot 5)$  には、グラフの特徴の簡潔な説明を記入する)。実際、表 1 の数値を用いて描いたグラフはほぼその通りになる。これより、 $C_p$  と  $C_V$  の比である  $\gamma$  の値は

$$\boxed{(3 \cdot 6)}$$

と計算され、また、 $C_V$  と  $C_p$  の間の関係式 ( $3 \cdot 4$ ) を用いると、

$$\frac{C_p}{R} = \boxed{(3 \cdot 7)}$$

と計算される ((3・6) および (3・7) には, 有効数字 2 桁の数値を記入する)。

断熱変化での気体の体積  $V$  と温度  $T$  [K] の間の関係を調べよう。表 1 の左端の数値  $p = 5.000 \text{ Pa}$ ,  $V = 1.000 \text{ m}^3$  の状態では, 気体の温度は  $450 \text{ K}$  であった。これより, 表 1 の右端の数値  $p = 1.074 \text{ Pa}$ ,  $V = 3.000 \text{ m}^3$  の状態では, 気体の温度は

$$\boxed{(3 \cdot 8)} \text{ K}$$

と計算される ((3・8) には, 有効数字 2 桁の数値を記入する)。また,  $\log_{10} V$  を横軸に,  $\log_{10} T$  を縦軸にとって, グラフを描くと,

$$\boxed{(3 \cdot 9)}$$

となるはずであるが, これは, 理想気体の状態方程式および断熱変化での  $p$  と  $V$  の間の関係式より,

$$\boxed{(3 \cdot 10)}$$

となるからである ((3・9) には, グラフの特徴の簡潔な説明, (3・10) には, そのグラフになる理由の簡潔な説明を記入する)。このように, 断熱変化で理想気体の体積が増加 (断熱膨張) すると, 熱力学の第 1 法則, すなわち, 気体の内部エネルギーの変化量  $\Delta U$  [J], 気体に入る熱量  $Q$  [J] および気体がされる仕事  $W$  [J] の間の関係において,

$$\boxed{(3 \cdot 11)}$$

であり, 気体の温度は

$$\boxed{(3 \cdot 12)}$$

である ((3・11) には,  $\Delta U, Q, W$  の正負の簡潔な説明, (3・12) には,  $\Delta U$  の正負と気体の温度変化との間の関係の簡潔な説明を記入する)。