平成 24 年度　日本医科大学入学試験問題

〔 数 学 〕

受験番号	

注 意 事 項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙配布後，監督者の指示に従い，配布枚数の確認を行うこと。
   （表紙を除き，問題冊子５ページ，うち２ページは計算用紙，解答用紙３枚）
   落丁，乱丁，印刷の不鮮明の箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答時間は 11 時 25 分から 12 時 55 分までの 90 分。
   解答が終わっても，または試験を放棄する場合でも，試験終了までは退場できない。
4. 机上には，受験票と筆記用具および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。
5. 筆記用具は鉛筆，シャープペンシル，消しゴムのみとする。
   （コンパス，定規等は使用できない。）
6. 止むを得ず下敷を使用する場合は，監督者の許可を得ること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白および計算用紙は草稿や計算に自由に用いてよい。
9. 耳栓の使用はできない。
10. 携帯電話等の電源は必ず切り，鞄の中にしまうこと。
11. 質問，用便，中途退室など用件のある場合は，無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
12. 受験中不正行為があった場合は，試験の一切を無効とし，試験終了時間まで別室で待機を命じる。
13. 退室時は，試験問題および解答用紙を裏返しにすること。

［I］ 次の各問いに対し，結果のみを解答欄に記せ。

問1 xy 平面上の放物線 $C: y=x^2-x-2$ の上に2点 P，Q をとる。ただし，P の x 座標は Q の x 座標より小さいとする。

(a) 原点 O が線分 PQ の中点となるとき，直線 PQ の方程式を求めよ。

(b) 原点 O が線分 PQ を $2:1$ に内分するとき，直線 PQ の方程式を求めよ。

(c) 原点 O が線分 PQ を $2:1$ に内分するとき，放物線 C と直線 PQ によって囲まれる図形の面積を求めよ。

問2 n を3以上の整数として，$1 \leqq j \leqq n$，$1 \leqq k \leqq n$ を満たす整数 j，k の組 (j,k) の全体 (n^2 組ある) の集合を I とする。結果は，できる限り因数分解した形で記せ。

(a) 組 (j,k) が I 全体を動くとき，積 jk の総和を求めよ。

(b) 組 (j,k) が $j<k$ を満たして I の中を動くとき，積 jk の総和を求めよ。

(c) 組 (j,k) が $j<k-1$ を満たして I の中を動くとき，積 jk の総和を求めよ。

問3 実数全体で定義された関数 $f(x)=x^3-6x$ を考える。

(a) $f(x)$ を極小にする x の値を求めよ。

(b) 方程式 $f(x)=a$ を満たす実数 x が2つ以上存在するような定数 a の条件を求めよ。

(c) 方程式 $f(x)=a$ および不等式 $1 \leqq x \leqq 5$ を満たす実数 x が2つ以上存在するような定数 a の条件を求めよ。

[II] $0<\alpha<\pi$ なる α を固定する。O を原点とする xy 平面において，点列 $\mathrm{A}_0, \mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \ldots$ を，A_k の座標が $\left(\cos\left(-\dfrac{\alpha}{2}+k\alpha\right), \sin\left(-\dfrac{\alpha}{2}+k\alpha\right)\right)$ $(k=0,1,2,\ldots)$ となるようにとる。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}}$ の成分を $(r\cos\theta_k, r\sin\theta_k)$ $(k=0,1,2,\ldots)$ とおく。ただし，$r>0$ とする。

問 1　r，θ_0，θ_1，θ_2 を α を用いて表せ。結果のみを記せ。

問 2　n を正の整数とするとき，等式

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}_0}+\overrightarrow{\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1}+\overrightarrow{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2}+\cdots+\overrightarrow{\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}_{n+1}}$$

を利用して，和 $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\cos k\alpha$ および和 $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\sin k\alpha$ を求め，n，α を用いて表せ。

問 3　n を正の整数とするとき，和 $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\cos k\alpha\,\sin k\alpha$ を求め，n，α を用いて表せ。

問 4　極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n}(\alpha\cos k\alpha+\sin k\alpha)^2$ を求め，α を用いて表せ。

[III] O を原点とする xyz 空間において，点 $(1,0,0)$ を中心とする半径 2 の球の表面および内部を K_1，点 $(-1,0,0)$ を中心とする半径 2 の球の表面および内部を K_2 とし，空間内の 3 点 P，Q，R に対し，

$$\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$
$$\overrightarrow{\mathrm{OY}} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{OQ}} + \overrightarrow{\mathrm{OR}})$$

で定まる点 X，Y を考える。

問 1 P が K_1 を，Q が K_2 をくまなく動くとき，点 X の全体が作る立体の体積を求めよ。

問 2 次の条件を満たす点 R の全体が作る立体の体積を求めよ。

「K_1 に属する任意の P と，K_2 に属する任意の Q に対して，Y は K_1 に属する。」

問 3 次の条件を満たす点 R の全体が作る立体の体積を求めよ。

「K_1 に属する任意の P と，K_2 に属する任意の Q に対して，Y は和集合 $K_1 \cup K_2$ に属する。」

計算用紙（切り離さないこと）

計算用紙（切り離さないこと）

日本医科大学

受験番号	

平 成 24 年 度

数 学 解 答 用 紙 （その 1）

採点	

[I] の解答欄

問 1	(a)	
	(b)	
	(c)	
問 2	(a)	
	(b)	
	(c)	
問 3	(a)	
	(b)	
	(c)	

受験番号	

平成24年度

数学 解答用紙（その2）

採点	

[II] の解答欄

問1

問2

問3

問4

受験番号	

平成24年度

数学解答用紙（その3）

採点	

［III］の解答欄

問1 問2	問3