平 成 24 年 度

理　　科

問 題 冊 子

物理　補足・注意

[2]

・上から２行目：　…k_0とする。

⇒　…k_0とする。なお，電場（電界）については中心から外向きを正の向きとする。

・注意事項：解答欄の配置に注意すること。

生物　訂正

・１１ページ

２．問３　　選択肢　①　石鹸水　→　石けん水

・１５ページ　下から５行目

～（b）予定原口入部位側～　　→　　～（b）予定原口陥入部位側～

物　　理

［1］ 図1のように，台からの高さが l に固定された点Oに長さ l の質量が無視できる糸の一端を付け，他端に質量 m の小球をつけた。なお，この小球の大きさは無視する。

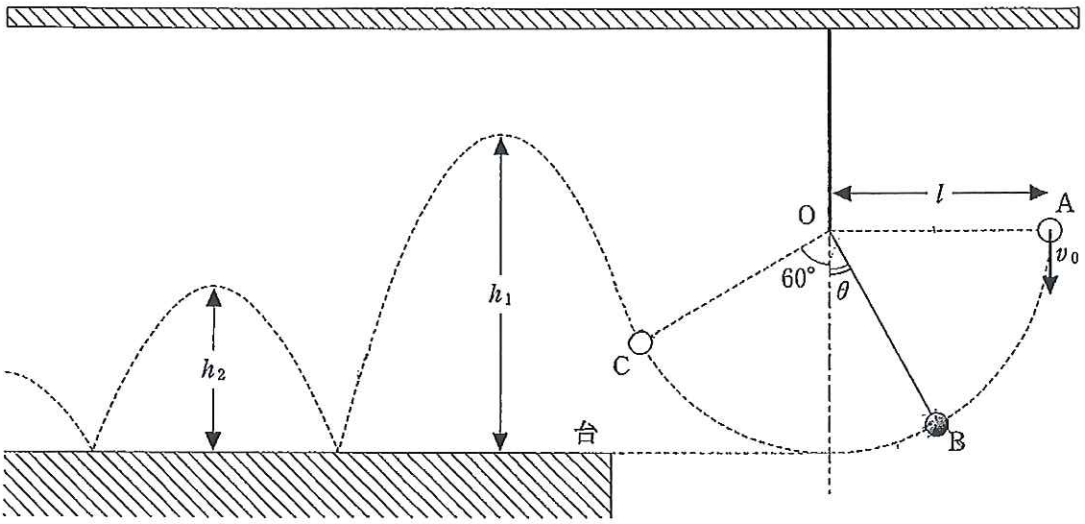

図1

(A) 糸がたるまないように小球を点Oと水平の位置Aまで持ち上げ，鉛直下方方向に速さ v_0 を与えて離した。重力加速度を g とする。

(1) 糸と鉛直方向の角度が θ となる点Bを通るとき，小球の速さを求めよ。

(2) このときの糸に加わる張力を求めよ。

(3) 小球が最下点を通過し，糸と鉛直方向の角度が60°となる点Cに来たとき，小球の速さを求めよ。

(B) 小球がC点まで来たとき，糸が切れて小球は自由に運動できるようになった。

(4) 小球の最高の高さ h_1 を求めよ。

(5) 小球が糸を離れてからはじめに台に衝突する時間 t_1 を求めよ。

(C) 小球は台と衝突し，はね返された。その後の小球の運動について答えよ。なお，はね返り係数は0.5であった。

(6) 衝突直後の小球の水平方向の速さを求めよ。

(7) 衝突直後の小球の鉛直方向の速さを求めよ。

(8) 小球の最高の高さ h_2 を求めよ。

(9) 小球が台と最初に衝突してから2回目に衝突するまでの時間 t_2 を求めよ。

［2］ 以下の (1) ～ (15) にあてはまる式を記し，(問)に答えよ。ここで，クーロンの法則の比例定数は k_0 とする。

中心が点Oで半径が a の金属球(図2－1)に一様に正の電荷 Q が分布している場合を考える。このとき，球の表面の単位面積当たりの電気量は (1) である。この電荷がつくる電場(電界)は，点Oを中心とする半径 r の球面上で考えると，$r \geqq a$ では (2) となり，$r < a$ では (3) となる。次に，中心が点O′で半径が b で厚さの無視できる金属球面(図2－2)に一様に負の電荷 $-Q$ が分布している場合を考える。このとき，点O′を中心とする半径 r の球面上での電場(電界)は，$r \geqq b$ では (4) となり，$r < b$ では (5) となる。以上の結果を用いて，図2－1の金属球と図2－2の金属球面を，中心Oと O′ を一致させて置いた場合について考える(図2－3)。点Oを中心とする半径 r の球面上での電場(電界)は，$r < a$ では (6)，$a \leqq r < b$ では (7)，$r \geqq b$ では (8) となる。

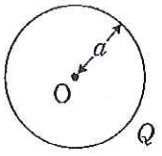

図2－1

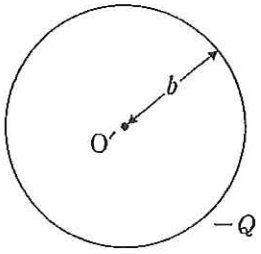

図2－2

次に，図2－3において，半径 a の球表面と半径 b の球面との間の電位差を求める。$r_0 = a$ と $r_n = b$ の間を n 等分する(n は非常に大きい整数とする)。$r = r_i$ と $r = r_{i+1}$ の間での電場(電界)は $r = r_i$ での値で一定であるとみなすと電場(電界)は (9) と書ける。ここで，r_i と r_{i+1} の差は微小であるので $r_i^2 \fallingdotseq r_i r_{i+1}$ という近似を用いて電場(電界)を表すと (10) となる。そこで，これを用いて $r = r_i$ と $r = r_{i+1}$ の間の微小な距離での電位差を求めると (11) となる。したがって，(11)を $r = a$ から $r = b$ まで足し合わせれば半径 a の球表面と半径 b の球面との間の電位差が求められる。半径 a の球表面と半径 b の球面との間の電位差は $V =$ (12) となる。

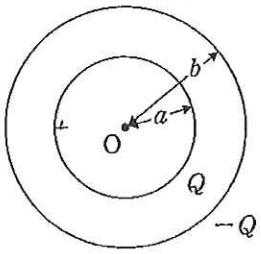

図2－3

(問)　電位の基準を無限遠にとったとき，図2－3の中心Oからの距離 r の関数として，電位をグラフに描け。電位を縦軸に，距離 r を横軸とせよ。$r = a$，$r = b$ での電位をグラフ内に記入すること。

ところで，半径 a の球と半径 b の球面の組み合わせで電荷を蓄えているので，図2－3のようなものもコンデンサーと見なすことができる。コンデンサーの電気容量 C は Q と V を用いると $C =$ (13) と書けるので，C を a と b を用いて書くと (14) となる。このコンデンサーの半径 a の球面と半径 $d\,(a < d < b)$ の球面の間に比誘電率 ε_r の誘電体を挿入した。このときのコンデンサーの電気容量は (15) となる。

［3］ 図3－1のような，幅が一定で水深がhの浅い水路での波について考える。以下の (1) ～ (10) にあてはまる式または数値を答えよ。ここで，重力加速度の大きさはgとする。

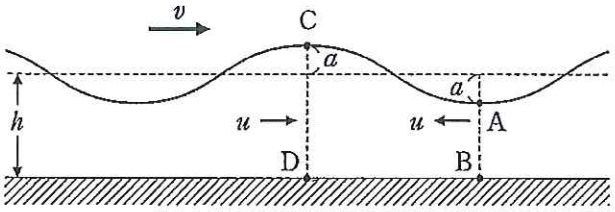

図3－1

一般に水の波は横波でも縦波でもなく，水面付近では水の各部は円運動を行い，上下方向の運動が制限される水底付近では水の各部は左右方向の運動を行っている。ここでは浅い水路を考えるので，**水の各部の運動は水面から水底付近まですべて左右方向の往復運動とみなす。**波の高さが最も低くなった位置をAとし，その真下の水底の位置をBとする。また，波の高さが最も高くなった位置をCとし，その真下の水底の位置をDとする。Aは波のないときの水面よりaだけ低く，Cは波のないときの水面よりaだけ高い。ここでは，波の高さaは水深hに比べて十分小さいとみなす。この波は図3－1のように右向きに速さvで進んでいる。断面ABにある水の各部は左へ速さuで移動し，断面CDにある水の各部は右へ速さuで移動している。なお，$v > u$である。以下では，図3－1の紙面に垂直な奥行き(水路の幅)は1とする。また，**波と同じ向きに同じ速さvで移動している観測者から見た場合で計算を進める。**断面ABを通過する水の体積は単位時間当たり (1) となり，断面CDを通過する水の体積は単位時間当たり (2) となり，これらの水の体積(1)と(2)は等しい。また，高さの基準は波のないときの水面とすると，位置Aにある質量mの水のかたまりについて力学的エネルギーの総和は (3) となり，位置Cにある質量mの水のかたまりについて力学的エネルギーの総和は (4) となり，両者は等しい。これらより，波の速さvを波の高さaを用いずに水深hの関数として求めると$v =$ (5) となる。

次に，奥行きの長い湾を簡略化し，図3－2のような，幅と水深が一定の水路として考える。ここで，湾の奥行きをl，水深をhとする。また，図のようにx軸をとり，湾の最奥を原点Oとし，湾の入り口に向かう向きを正の向きとする。この湾に向かって波が(5)で求めた速さvで進んできた場合を考える。波が連続して湾に入り，湾の最奥で反射して戻る。湾に入ってくる波と反射して戻っていく波が重なり合って定常波ができる場合がある(これは副振動を起こす現象のひとつである)。この定常波の基本振動の波長は (6) となる。したがって，この波の周期は水深hの関数として (7) となる。この基本振動において，水面の高さの変化が最も大きくなる位置のx座標は (8) で水面の高さの変化が最も小さくなる位置のx座標は (9) である。ここで，重力加速度$g = 9.8$ m/s^{2}とし，湾の奥行きが3000 mで水深が20 mの場合の基本振動の周期を，時間の単位については[分]を用いて計算すると (10) [分]となる。

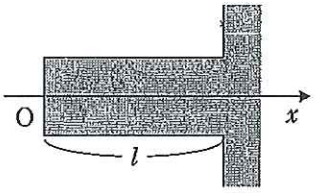

図3－2