受 験 番 号

平成25年度

入学試験問題

数　学

注意：答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

問題 1.

次の問いに答えよ.

(i) $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする. $2\sin^2\theta - 3\cos\theta - 3 \geqq 0$ を満足する θ の範囲は $\boxed{\quad(1)\quad}$ であり, この θ に対する $\tan\theta$ の最大値は $\boxed{\quad(2)\quad}$ である.

(ii) 数字 1 のカード 1 枚, 数字 3 のカード 2 枚, 数字 a (a は 1,3,6 以外の正の整数) のカード 2 枚, 数字 6 のカード b 枚の中から無作為に 1 枚のカードを取り出したとき, そのカードに記された数字の期待値が $\dfrac{9}{2}$ になった. このとき (a, b) の組をすべて求めると $(a, b) = \boxed{\quad(3)\quad}$ である.

(iii) $f(x) = x^6 - 2x^4 - x^2 + 2$ とする. $f(x)$ を整数の範囲で因数分解すると $\boxed{\quad(4)\quad}$ となり, 複素数の範囲で因数分解すると $\boxed{\quad(5)\quad}$ となる.

問題 2.

(i) 任意の x の 1 次関数 $f(x)$ に対して $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = Af(0) + Bf(\frac{\pi}{2})$ が常に成り立つような定数 A, B を求めると, $(A, B) = \boxed{\quad(6)\quad}$ である.

(ii) 任意の x の 2 次関数 $f(x)$ に対して $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = Af(0) + Bf\left(\frac{1}{2}\right) + Cf(1)$ が常に成り立つような定数 A, B, C を求めると, $(A, B, C) = \boxed{\quad(7)\quad}$ である.

空白ページ

問題3．

(i) $f(t) = be^{at}(a, b: \text{定数})$ を微分した答えを $f(t)$ を用いて表すと，

$$\frac{d}{dt}f(t) = \boxed{\quad(8)\quad} \cdots\cdots ①$$

である．

(ii) 物体が水平面に対し垂直な方向に落下するものとする．デカルトは時刻 t での物体の速度について，速度が落下距離に比例するものと考えた．これに従えば，時刻 t での物体の落下距離を $f(t)$ とし，$f(0) = x_0 > 0$，その比例定数を $c_0 > 0$ とするとき，①を満たすような関数が $f(t) = be^{at}$ の形で表わされることを用いると $f(t) = \boxed{\quad(9)\quad}$ である．

(iii) 一方，ガリレオは速度が落下した時間に比例すると考えた．時刻 T で落下しはじめた物体の，時刻 t $(t \geqq T)$ での高さを $g(t)$ とし，$g(T) = x_1 > 0$, その比例定数を $c_1 > 0$ とするとき，$g(t) = \boxed{\quad(10)\quad}$ である．

問題4．

$0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする．時刻 t における座標平面上の点 $\mathrm{P}(x, y)$ の位置が $x = \sin t$, $y = \sin 2t$ で与えられている．

(i) 原点 $\mathrm{O}(0, 0)$ から点 P が最も遠方にあるとき, 2 点 O, P 間の距離は $\boxed{\quad(11)\quad}$ であり, そのときの点 P の速度 $\vec{v}$ は $\vec{v} = \boxed{\quad(12)\quad}$ である．

(ii) 点 P の軌跡を $y = f(x)$ と表すと, $f(x) = \boxed{\quad(13)\quad}$ である．ただし x の範囲は $\boxed{\quad(14)\quad}$ である．

(iii) (ii) で求めた軌跡と x 軸とで囲まれてできる図形の面積は $\boxed{\quad(15)\quad}$ である．