

'13

前期日程

数 学 問 題

(医 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題が5題で、5枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出て
ください。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の答案用紙のみを回収しますので、この表紙は持ち帰ってください。
5. 裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。
裏面に解答してもその部分は採点しません。

数 学

- 1 (1) 201^{20} の十億の位の数字を求めよ.
(2) 201^{20} を 4×10^7 で割ったときの余りを求めよ.

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

2 空間内に4点 $A(2, 0, 2)$, $B(6, 0, 0)$, $C(4, 2, 2)$, $D(5, 1, 7)$ がある.

- (1) 3点 A, B, C を含む平面を α とし, 点 D から α に下ろした垂線と α の交点を H とする. 点 E を, H が線分 DE の中点となるようにとるとき, E の座標を求めよ.
- (2) $0 < t < 1$ とする. 線分 AB を $t : 1 - t$ に内分する点を P , 線分 BC を $t^2 : 1 - t^2$ に内分する点を Q , 線分 CD の中点を R とするとき, 四面体 $BPQR$ の体積の最大値を求めよ.

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

- 3 座標平面において、原点 O を中心とする半径 1 の円周 C 上に定点 $A(-1,0)$, $B(1,0)$ をとる。 C の上半円周 (y 座標が正の部分) 上を動く点を P , 下半円周 (y 座標が負の部分) 上を動く点を Q とする。 $\angle PAB = \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$), $\angle QAB = \beta$ ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) とし、直線 PQ と x 軸との交点を $R(t,0)$ とする。
- (1) t を α, β を用いて表せ。
 - (2) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ のとき、 t のとり得る値の範囲を求めよ。
 - (3) 線分 PR の長さ と線分 RQ の長さの比が $2 : 1$ のとき、 t を α を用いて表せ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

4 自然数 n について、 0 以上 n 以下の整数 x, y を座標にもつ点 (x, y) 全体の集合を X_n とする。行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ の表す一次変換による X_n の点の像全体の集合を Y_n とする。 X_n と Y_n の共通部分 $X_n \cap Y_n$ の点の個数を a_n とする。

(1) 点 $(187, 110)$ は Y_{100} に含まれるかどうか理由をつけて述べよ。

(2) a_5 を求めよ。

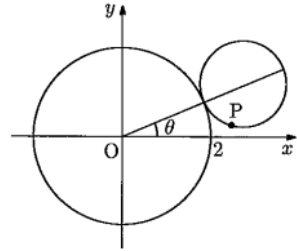
(3) 自然数 m について、 a_{6m} を m を用いて表せ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

- 5 原点 O を中心とする半径 2 の円を A とする. 半径 1 の円 (以下, 「動円」と呼ぶ) は, 円 A に外接しながら, すべることなく転がる. ただし, 動円の中心は円 A の中心に関し反時計回りに動く. 動円上の点 P の始めの位置を $(2, 0)$ とする. 動円の中心と原点を結ぶ線分が x 軸の正方向となす角を θ とし, θ を $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で動かしたときの P の軌跡を C とする.



(1) C を媒介変数 θ を用いて表せ.

(2) P の y 座標が $\frac{1}{2}$ のとき, P での C の接線の傾きを求めよ.

(3) C の長さを求めよ. ただし, 曲線 $x = f(\theta), y = g(\theta)$ ($\alpha \leq \theta \leq \beta$) の長さは $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta$ で与えられる.

[解答欄]

得点	
----	--