

平成25年度一般入学試験問題

数 学

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけない。
2. 試験開始の合図があれば、受験番号を
 - a. 問題用紙（この冊子）の表紙
 - b. 答案用紙（この冊子に挟み込まれている）の(1)の計2か所にある受験番号欄にはっきりと記入しなさい。
3. 問題用紙には、計3問の問題が数1～数5の各ページに記載されている。問題の脱落や印刷の汚れに気づいたときは、直ちに監督者に申し出なさい。
4. 解答は、答案用紙の指定された解答欄の枠内に記入しなさい。解答を得るまでの計算・推考の過程は、答案用紙の指定された計算欄に簡潔に示しなさい。
5. 下書きは、問題用紙の空白部分を利用しなさい。
6. 問題用紙および答案用紙を持ち帰ってはいけない。

受験番号	
------	--

1

次の(1)から(5)までの各問いの()に当てはまる数値, または式を求めよ (配点 70点)。

(1) a, b, c, d が互いに異なり, 0でない実数のとき,

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$$

が成立するなら, $\frac{ab+bc+cd+da}{da}$ の値は () である [10点]。

(2) $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{2}{5}$ のとき, $\frac{1+\cos\theta+2\sin\theta}{1-\cos\theta+2\sin\theta}$ の値は () である [10点]。

1

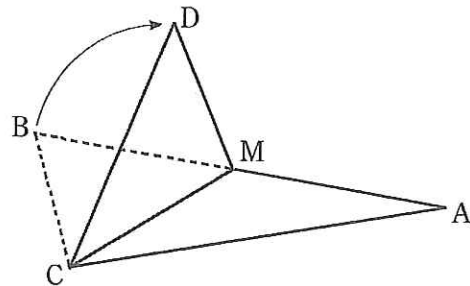
(続き)

(3) 定数 a の範囲が $p < a < q$ であれば, すべての実数 x に対して不等式

$$2^{x^2+8\log_a 4} > a^x$$

が成立するとき, $p+q$ の値は () である [15 点]。

(4) $\angle C$ が直角である三角形の紙 ABC がある。2 辺 BC, CA の長さをそれぞれ a, b とし, 辺 AB の中点 M と点 C を結ぶ線分 CM に沿ってこの紙の平面 BCM 部分を直角に折り曲げる。すなわち, 点 B が点 D に移動し, 折り曲げられた平面 DCM と元の平面 ACM が直交するようにする。このとき, ベクトル $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}$ の内積は () である [15 点]。



1

(続き)

- (5) 曲線 $y = x^3 - 4ax^2 + 6x - 4$ と $y = -2x^2 + 22x - 24$ が点Pで接するように定数 a を定め、その接点Pの x 座標が p であるとき、2つの曲線の交点Qの x 座標が q に、点P, Q間の2つの曲線で囲まれる部分の面積が S になるとすれば、 $\frac{S}{a(p-q)}$ の値は () である [20点]。

2

$3n$ 人の選手が参加する腕相撲大会で、最初に3つのブロックに分け、それぞれのブロックで n 人の選手が総当たり戦を行うとき、次の各問いに答えよ（配点40点）。

- (1) 1つのブロックにおける総当たり戦の試合数を求めよ。
- (2) 選手が勝つ確率が $\frac{1}{2}$ であるとき、1つのブロックにおいて
- (a) 全勝する選手がいる確率を求めよ。
 - (b) 全勝する選手がいて、同時に全敗する選手がいる確率を求めよ。
 - (c) 全勝するか、あるいは全敗する選手がいる確率を求めよ。
- (3) 総当たり戦の結果、各ブロックからそれぞれ1人が勝ち上がり、3人が残る。この3人、A, B, C で勝ち抜き戦を行い、2連勝した選手を優勝とする。最初に、A と B が対戦し、C は待機する。A が勝てば、次にA はC と対戦し、B は待機する。さらにA が勝てば、2連勝で優勝であるが、C が勝てば、C はB と対戦し、A は待機する。このようにして、3人のうち誰かが2連勝して優勝が決まるまで対戦を続ける。このとき、最初のA と B の対戦でそれぞれが勝つ確率は $\frac{1}{2}$ であるが、勝ち残った選手が待機していた選手に勝つ確率は $\frac{1}{4}$ であるとして、A が優勝する確率を求めよ。
- (4) (3)において、最初に待機するC が優勝する確率を求めよ。

3

関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ について、次の各問いに答えよ (配点 40 点)。

- (1) $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $0 < x < 5\pi$ における関数 $f(x)$ の極大値をすべて求めよ。
- (3) $(k-1)\pi \leq x \leq k\pi$ ($k=1, 2, \dots, n$) において曲線 $y=f(x)$ と x 軸とで囲まれる部分を、 x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積 V_k を求めよ。
- (4) (3) で求めた体積 V_k から、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n V_k$ の値を求めよ。