入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　　　　学

平成25年1月28日　　　　9時00分—10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。

2　この冊子は，9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用せよ。

4　解答用紙の指定欄に受験番号，氏名を忘れずに記入せよ。

5　解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。

6　解答の記入の仕方については，次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。

7　この冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

No.					

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 $x^6 + 2x^5 + 4x^4 + ax^3 + bx^2 + 8x + 6$ が $x^3 + 2$ で割り切れるとき，$a + b$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 $8 \times 10^{\log_{\frac{1}{10}} 2}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 47^{100} は168桁の整数である。47^{17} の桁数を $(20 + n)$ で表すとき，n の値を求めよ。ただし，n は自然数とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 $\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}\,i}{2}$，$(i^2=-1)$のとき，$\omega^{20}+\omega^{19}+\omega^8+\omega^6+\omega^4+\omega^3$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

5 三角形ABCにおいて∠A，∠B，∠Cの大きさをそれぞれ，A，B，Cとし，辺BC，CA，ABの長さをそれぞれ，２，３，４とする。
$\dfrac{\sqrt{15}}{\tan A}$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

6 $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$のとき，
$\dfrac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}+\dfrac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{1+2\sin\theta\cos\theta}+\dfrac{\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta}$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

7 $10\cos^2\theta - 24\sin\theta\cos\theta - 5 = 0$ のとき，$|\tan\theta|$ の値を求めよ。
ただし，$\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ とする。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 曲線 C : $y = |x^2 - 9| - 4x$ と直線 L : $y = k$（k は実数）が，すべて異なる 4 つの交点をもつとき，k のとりうる範囲は，$m < k < M$ となる。$M - m$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 m，$n\,(n > 0)$ は整数とする。$m^2 - 6m + 1 + 2n = 0$ をみたす整数の組 $(m,\ n)$ は，何個あるか。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 $x^2+(5-m)x-2m+7=0$ が虚数解をもつように，整数 m を定めたとき，m の最大値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 $x^2-4xy+5y^2+6x-14y+15$ （x，y は実数）の最小値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 円C1：$x^2+y^2+2x-4y-3=0$，円C2：$x^2+y^2-4x-2y-1=0$ について考える。円C1と円C2の2つの異なる交点と原点を通る円の方程式を $x^2+y^2+ax+by+c=0$ とするとき，$b-c-a$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 点(1, 1)から，円C：$x^2+y^2-6x+8=0$に2本の異なる接線をひくとき，2つの接点の座標を，それぞれ$(a,\ b)$，$(c,\ d)$とする。ただし，$a>c$である。$-\dfrac{11bd}{ac}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 3点A(1, 4)，B(−2, 1)，C(4, 2)を頂点とする三角形ABCの外心の座標を$(p,\ q)$としたとき，$10(p-q)$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 円C：$x^2+y^2-4x-5=0$，直線L：$y=2x+k$について考える(kは正の実数定数)。円Cと直線Lは，異なる2点P，Qで交わる。線分PQの長さが4となるとき，kの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 円C：$x^2 + y^2 - 15x - 10y + 50 = 0$，直線L：$y = mx$（$m$は正の実数）について考える。円Cと直線Lは，異なる2つの点P(p, mp)，Q(q, mq)（$q > p$）で交わることとする。円Cとx軸は，異なる2つの点R，Sで交わる（R，Sのうち，原点に近い点をSとする）。線分QRの長さが，線分PSの長さの2倍となるとき，$\dfrac{13mp}{12}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

17 赤いカードが6枚，白いカードが2枚入っている箱の中から，カード1枚取り出し，色を記録してから，取り出したカードをもとの箱に戻すことを10回続けて行うこととする。8回以上赤いカードが出る確率をp，8回以上白いカードが出る確率をqとしたとき，$\dfrac{109p}{7q} \times 3^{-8}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

18 箱の中に赤いカード6枚，白いカード5枚，黒いカード4枚が入っている。この箱の中から4枚のカードを同時に取り出すとき，2枚だけが同色で，残りの2枚はそれぞれ異なる色となる確率をpとする。

$\dfrac{91p}{6}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

19 大小2個のサイコロを同時に投げるとき，出た目の積が5の倍数になる確率を p とし，出た目の和が5の倍数になる確率を q とする。$\dfrac{1}{p-q}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

20 放物線：$y = x^2 - 6x + 5$ と直線：$y = k(-4 < k < 0)$（k は実数）との2つの異なる交点をA，Bとする。A，Bと点C(3，0)で作られる三角形ABCの面積の最大値を M とするとき，$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}M$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

21 放物線C：$y = x^2 - x + 2$ と直線L：$y = -5x - a$ が点$(b,\ c)$で接するとき，$a + b + c$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

22 関数 $f(x) = \int_1^x (t^2 - t - 6)\,dt$ の極大値を p，極小値を q とする。
$(pq + 100)$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

23 9つの辺の長さの総和が9である正三角柱(底面が正三角形である三角柱)の体積を V とする。各辺の長さが変化するとき，V の最大値を M とする。
$\dfrac{12}{\sqrt{3}}M$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

24 曲線C1：$y = x^3 + 5x^2 + 9x + 9$，曲線C2：$y = -2x^2 + ax + b$について考える。曲線C1と曲線C2は点P(1，24)で接する。曲線C2とx軸で囲まれる面積をSとする。

$\dfrac{9S}{13^3}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

25 曲線C1：$y = -x^2 + 2x - 3$と曲線C2：$y = -x^2 + 8x - 21$の両方に接する直線をLとする。曲線C1と曲線C2と直線Lで囲まれる部分の面積をSとする。$4S$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9