

数 学

[注意事項]

1. 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 問Ⅰ、Ⅱの解答はマークシートにマークし、問Ⅲの解答は専用の解答用紙に書くこと。
3. マークシート解答用紙は、コンピュータで処理するので、折り曲げたり汚したりしないこと。
4. マークシートに、氏名・受験番号を記入し、受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答えは無効となる。また、問Ⅲの解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答えは無効になる。

受験番号のマーク例(13015の場合)

受 験 番 号				
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
①	①	●	①	①
●	①	①	●	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

5. 問Ⅰ、Ⅱにおいて、マークするときは、HBまたはBの黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取除いたうえで、新たにマークし直すこと。
6. マークで解答する場合は、下記の例に従い、正しくマークすること。

正しいマーク例



誤ったマーク例



- をすする
- ✓をすする
- 完全にマークしない
- 枠からはみだす

7. マークで解答する場合、 の中の文字は、それぞれ符号(-)または、数字1文字が対応している。ただし、符号は選択肢に含まれない場合がある。例えば、アイの形の場合、-9から-1の整数または10から99の整数が入り得る。

-2の場合

ア	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

32の場合

ア	-	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

I に適する解答をマークせよ。

- (1) 初項が共通で公比の異なる二つの無限等比数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がそれぞれ
の無限級数は 6 と 4 に収束する。またそれぞれの項の比を各項とする無限等比

数列 $\{\frac{b_n}{a_n}\}$ の無限級数は 3 に収束する。 $a_1 = b_1 = \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$,

数列 $\{a_n\}$ の公比は $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$, 数列 $\{b_n\}$ の公比は $\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

(2) $x = \frac{2}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$ のように分数を無限に重ねた連分数を考える。

この連分数の値が求まることが知られている。

$y = \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$ とすると y は $ay^2 + by + c = 0$ を満たす。

ただし $a > 0$, a, b, c の最大公約数は 1 とする。

このとき $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$, $c = \boxed{\text{ウエ}}$ であり。

$y = \boxed{\text{オカ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ となるので, $x = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ となる。

(3) 方程式 $x \log_e 2^x - x \log_e 6 + \log_e 9 - \log_e 4 = 0$ の解を α, β とすると,

$$2^\alpha = \boxed{\text{ア}}, \quad 2^\beta = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \text{ となる。}$$

(4) 行列 A による移動をおこない、次に x 軸方向に p , y 軸方向に q 移動する平行移動を考える。

この移動により点 $(1, 0)$ は点 $(5, 6)$ に、点 $(0, 1)$ は点 $(6, -1)$ に、点 $(1, 1)$ は点 $(9, 3)$ にそれぞれ移動した。

このとき $A = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ア}} & \boxed{\text{イ}} \\ \boxed{\text{ウ}} & \boxed{\text{エオ}} \end{pmatrix}$, $p = \boxed{\text{カ}}$, $q = \boxed{\text{キ}}$ で

ある。

- (5) 正五角形BCDEFを底面として持つすべての辺の長さが2の五角錐ABCDEFについて考える。対角線BEとCFの交点をGとおくと△BCFと△GFBは相似になる。このことより

$$BE = \boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}}, \quad BG = \boxed{\text{ウエ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}} \text{ となる。}$$

$$\text{これより, } \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\boxed{\text{カキ}} + \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}} \text{ となる。}$$

頂点Aから底面に下した垂線をAOとおく。このとき、

$$OB^2 = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}} + \boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}},$$

$$OA^2 = \frac{\boxed{\text{ソタ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}} + \boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}},$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = \boxed{\text{ナ}} - \sqrt{\boxed{\text{ニ}}} \text{ となる。}$$

II

□ に適する解答をマークせよ。

空間に一辺の長さが2の2つの正方形 $S: ABCD$, $S': A'B'C'D'$ がある。 S , S' の対角線の交点をそれぞれ O , O' とし, OO' はそれぞれの面と直交し, 長さは3とする。さらに, \vec{OA} と $\vec{O'A'}$ のなす角は $\frac{1}{4}\pi$ であり, \vec{OA} と $\vec{O'B'}$ のなす角は $\frac{1}{4}\pi$ である。このとき, 2つの正方形を8つの線分 AA' , AB' , BB' , BC' , CC' , CD' , DD' , DA' で結び, 底面が S と S' で, 側面が8つの二等辺三角形からなる立体を考える。この立体の体積を求めてみよう。

底面 S から高さ h の面で切ったこの立体の断面 S_h の面積を $S(h)$ とし, 軸 OO' と断面 S_h の交点を O_h とする。

$\triangle AA'B'$ と断面 S_h の交線 l_h に注目する。 O_h から l_h の距離は h が0から3まで増加するとき $a = \sqrt{\text{ア} - \text{イ}}$ だけ減少するので, O_h から l_h

の距離の h に対する増加率は $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}} a$ となり, また線分 l_h の長さは

$\frac{\text{カ}}{\text{キ}} h$ である。同様に $\triangle B'AB$ と断面 S_h の交線について考えると O_h との

距離の h に対する増加率は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} a$ となり線分の長さは

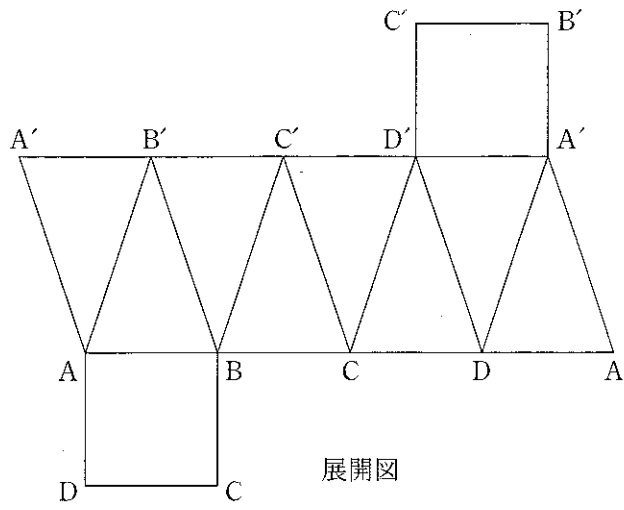
$\frac{\text{コサ}}{\text{シ}} h + \text{ス}$ となるので, h の増分を Δh とおいた時, 面積の増分

ΔS は $(\frac{\text{セソタ}}{\text{チ}} h + \frac{\text{ツ}}{\text{テ}}) a \Delta h$ となる。 $S(0) = \text{ト}$ を考慮する

と, $S(h) = (\frac{\text{ナニ}}{\text{ヌ}} h^2 + \frac{\text{ネ}}{\text{ノ}} h) a + \text{ハ}$ となる。

この $S(h)$ を0から3まで積分するとこの立体の体積は

$\text{ヒ} a + \text{フヘ} = \text{ホ} \sqrt{\text{マ} + \text{ミ}}$ となる。



III

次の問いに答えよ。

- (1) 2つの x の1次関数 $y = ax + b$ と $y = cx + d$ があるとき、そのグラフが互いに直交する必要十分条件を導け。
- (2) 放物線 $y = x^2$ 上の2点 $O(-1, 1)$ 、 $A(a, a^2)$ に対して、この放物線上のもう一点 $B(b, b^2)$ で $\angle OBA$ が直角になるものが存在する a の条件を与えよ。
- (3) 放物線 $y = x^2$ 上の2点 $O(-1, 1)$ 、 $A(a, a^2)$ に対して、この放物線上の点をもう一点とり、直角三角形を作ること考える。直角三角形が4つできる a の条件を与えよ。