経済学部　　　　　　　　　　　　　　　　　　前期日程
理 学 部
医 学 部

平成 25 年度入学試験問題

数　　学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

この問題冊子には，経済学部，理学部，医学部の問題がある。受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解答する問題
経済学部	経済学科 経済システム法学科	$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ の4問
理学部	数理・自然情報科学科	$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$ の6問
医学部	医学科	$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$ の5問
	保健学科	$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ の4問

1 (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = 1 + (-1)^n$ で与えられているとき，数列 $\{a_n\}$ の第 1 項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項が $b_n = n + (-1)^n$ で与えられているとき，数列 $\{b_n\}$ の第 1 項から第 n 項までの和 T_n を求めよ。

2 (1) 放物線 $C : y = x^2 + x - 1$ と直線 $\ell : y = 2x + 1$ の交点の座標を求めよ。

(2) (1) で求めた交点の x 座標の大きい方を x_0 とする。$a > x_0$ とする。C と ℓ で囲まれた領域の面積を S_1，C と ℓ および直線 $x = a$ で囲まれた領域の面積を S_2，C と ℓ および直線 $x = -a$ で囲まれた領域の面積を S_3 とする。$S_1 = S_2 + S_3$ となるときの a の値を求めよ。

3 (1) 式

$$1=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}$$

をみたす自然数の組 (a_1, a_2, a_3) で，$1 \leqq a_1 \leqq a_2 \leqq a_3$ となるものをすべて求めよ。

(2) r を正の有理数とする。式

$$r=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}$$

をみたす自然数の組 (a_1, a_2, a_3) で，$1 \leqq a_1 \leqq a_2 \leqq a_3$ となるものは有限個しかないことを証明せよ。ただし，そのような組が存在しない場合は 0 個とし，有限個であるとみなす。

$\boxed{4}$ (1) x が $-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{3\pi}{4}$ をみたしながら変わるとき，$\sin x + \cos x$ の値の範囲を求めよ。

(2) x が $-\dfrac{\pi}{4} \leqq x \leqq \dfrac{3\pi}{4}$ をみたしながら変わるとき，$\sin 2x - \sin x - \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

5 実数 p, q と自然数 n に対して

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

とおく。

(1) $\lim_{n \to \infty} x_n = 0$ かつ $\lim_{n \to \infty} y_n = 0$ とする。このとき p と q がみたす条件を求めよ。

(2) $(p, q) \neq (0, 0)$ とする。極限 $\lim_{n \to \infty} \dfrac{y_n}{x_n}$ を求めよ。

$\boxed{6}$ a を定数とする。放物線 $y=a-x^2$ の接線のうち，原点との距離が最小になるものの方程式を求めよ。またそのときの距離を求めよ。

7 曲線 $C: y=e^x$ について以下の問いに答えよ。

(1) C 上の点 $\mathrm{P}(p, e^p)$ における接線 ℓ および法線 n の方程式を求めよ。

(2) $p>0$ とする。C と ℓ および y 軸で囲まれる図形の面積を $S(p)$ とする。また C と n および y 軸で囲まれる図形の面積を $T(p)$ とする。このとき極限 $\displaystyle\lim_{p\to\infty}\frac{pT(p)}{S(p)}$ を求めよ。