

# 数 学

(医 学 部)

— 2月2日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で、自然数の根号を含む場合には根号の中が最小の自然数となる形で書きなさい。

1 (1)  $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$  は、 $f(x) = (1 + x)$  (  ) または  $f(x) = (1 + x^3)$  (  ) と表せる。

(2) 正の奇数の列に仕切り | を入れて次のような群に分け、第  $n$  群には  $2n$  個の数が入るようにする。

$$1, 3 | 5, 7, 9, 11 | 13, 15, 17, 19, 21, 23 | \dots$$

$n \geq 2$  のとき、第 1 群から第  $(n - 1)$  群までに含まれる奇数の個数は  個である。第  $n$  群の最初の項は

である。第  $n$  群の項の総和は  である。

(3)  $\log_2 x + \log_x 2 - 2 = 0$  を解くと、 $x =$   である。

2 関数  $f(x) = xe^{-x}$  を考える。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1)  $f'(x) =$   である。曲線  $y = f(x)$  上の点  $(0, 0)$  におけるこのグラフの接線の方程式は、 $y =$   である。また、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$   である。

(2) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = \frac{x}{e^2}$  は 2 点で交わる。原点以外の交点の  $x$  座標を  $p$  で表すとき、 $p =$   である。また、 $0 \leq x \leq p$  の範囲において、曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = \frac{x}{e^2}$  で囲まれた部分の面積は  である。

(3) 直線  $y = \frac{1}{e}$ 、 $y$  軸および曲線  $y = f(x)$  で囲まれた部分を  $y$  軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積を  $V$  とする。定積分  $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx =$   および  $\int_0^1 x^3 e^{-x} dx =$   であることを用いると、 $V =$   であることがわかる。

**3**

$\triangle OAB$  において  $OA = 5$ ,  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $\angle OAB = 30^\circ$  とする.

- (1)  $OB$  の長さは  である. また,  $\triangle OAB$  の面積は  である.
- (2)  $\cos \angle AOB =$   である. よって, ベクトル  $\vec{OA}$  と  $\vec{OB}$  の内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$  の値は  である.
- (3) 点  $O$  から辺  $AB$  に下ろした垂線と辺  $AB$  との交点を  $P$  とする. このとき,  $AP$  の長さは,  $AB$  の長さの  倍である. さらに, 点  $B$  から辺  $OA$  へ下ろした垂線と直線  $OP$  との交点を  $H$  とすると,  $OH$  の長さは  $OP$  の長さの  倍である.  $BH$  の長さは  である.