

物

物理

物理 問題 I

段差がある水平でなめらかな床の上段に質量 m の小物体 A があり、下段に質量 $4m$ 、長さ L の物体 B がある。物体 B は、上面があらい水平面で、高さは上段の高さと等しく、上段の右端に接して静止している。右向きを正として、次の問いに答えよ。

問 1. 図 1 のように物体 B を固定した状態で、小物体 A を物体 B の上面に向けて右向きに速さ v_0 ですべらせた。小物体 A は物体 B の上面を通過して、速さ v_1 で物体 B の上面の右端から飛び出した。

- (1) 小物体 A について、物体 B の上面の左端に達する直前と、物体 B の上面の右端から飛び出した直後の運動エネルギーの変化を求めよ。
- (2) 小物体 A が物体 B の上面を通過する間に、小物体 A に働いた動摩擦力を求めよ。
- (3) 小物体 A が物体 B の上面を通過する間に、小物体 A が受けた力積を求めよ。
- (4) 小物体 A が物体 B の上面を通過するのに要した時間を求めよ。

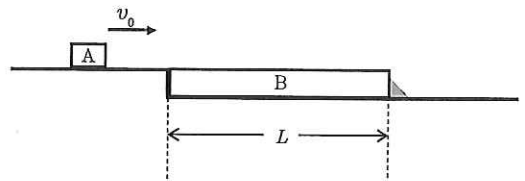


図 1

以下の問いには、小物体 A と物体 B の間の動摩擦力の大きさを f として答えよ。

問 2. 図 2 のように、物体 B の固定を外した状態で、先ほどと同様に小物体 A を物体 B の上面に向けて右向きに速さ v_0 ですべらせた。小物体 A が物体 B の上面の左端を通過すると、物体 B は小物体 A とともに動きだし、やがて 2 つの物体の相対速度が 0 となって小物体 A と物体 B が一体となって動いた。

- (1) 物体 B が動き出してから 2 つの物体の相対速度が 0 になるまでの間の、床に対する小物体 A の加速度を、 m 、 v_0 、 f の中から必要なものを用いて表せ。
- (2) 物体 B が動き出してから 2 つの物体の相対速度が 0 になるまでの時間を、 m 、 v_0 、 f の中から必要なものを用いて表せ。
- (3) 2 つの物体の相対速度が 0 となったときの、床に対する小物体 A の速度を、 m 、 v_0 、 f の中から必要なものを用いて表せ。
- (4) 物体 B が動き出してから 2 つの物体の相対速度が 0 になるまでに、小物体 A が移動した距離を、 m 、 v_0 、 f の中から必要なものを用いて表せ。

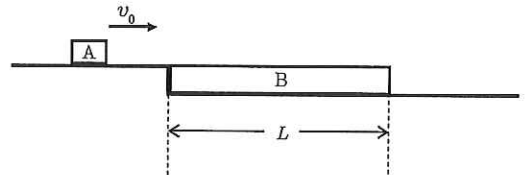


図 2

問 3. 図 3 のように、物体 B の上に小物体 A を置いて、水平でなめらかな床の上を右向きにすべらせたところ、2 つの物体は一体となって速さ v_2 で動いた。その後、物体 B は鉛直な壁に衝突して左向きに運動し、小物体 A は物体 B 上で相対運動を始めた。壁と物体 B のはね返り係数（反発係数）を e とする。衝突時間は短く、衝突の間の小物体 A と物体 B の摩擦力による力積は無視できるものとする。

- (1) 衝突直後の物体 B に対する小物体 A の速度を、 v_2 、 e を用いて表せ。
- (2) 衝突してから時間 t 経過した後の、床に対する物体 B の速度を、 m 、 v_2 、 f 、 e 、 t を用いて表せ。ただし、このとき小物体 A は物体 B 上で相対運動しているものとする。
- (3) 衝突後、しばらくして小物体 A は物体 B の上面から飛び出した。このときの床に対する小物体 A と物体 B の速さはそれぞれ $\frac{v_2}{2}$ であった。 e の値を求めよ。

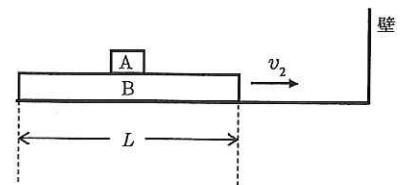


図 3

物理 問題 II

雨上がりに陽がさすと空に美しい虹が観測されることがある。条件を整えば、はっきりした虹（主虹）の他にもう一つ別の虹（副虹）が見えることもある。虹は太陽光が空気中の水滴によって散乱されることにより生じる現象である。水滴に入射した光は、屈折や反射のため、入射光とは異なる方向に出てくる。この過程のことを散乱と呼び、水滴から出てくる光を散乱光、入射光と散乱光のなす角度を散乱角と呼ぶ。太陽光は場所によらず一様に平行に降り注ぐが、散乱光は特定の角度に多く散乱される。この特定の角度は水滴の屈折率に依存し、光の波長により異なるため、太陽光は白色光であるが分散され、虹が観測される。この現象を、空気中に浮かぶ水滴を球で近似し、その半径を R として考察する。角度の単位はすべて度 ($^{\circ}$) とし、空気の屈折率を 1 で近似して、次の問いに答えよ。

問1. 図1は、太陽光のうち水滴の中心 O からの距離（衝突係数と呼ぶ）が b の直線上を進んできた特定の波長の光について、光の経路と中心 O を含む平面を模式的に描いた図で、光はこの平面内を進む。光は水滴表面において、一部が反射し、残りが透過する。図1には、水滴に入射した光が水滴内で0回から2回まで反射された後に水滴から出てくる場合の経路がまとめて描かれている。反射の回数に応じて、 k 回反射されて出てくる光のことを k 次光と呼び、その散乱角を θ_k とする。図1において、球の下半分に入射した光の経路は、上半分に入射した場合を上下反転したものとなる。光が水滴に入射する点を A 、 k 次光が水滴から出てくる点を B_k 、この波長の光に対する水滴の屈折率を n 、点 A と中心 O を通る直線と入射光のなす角度（入射角）を i 、屈折角 $\angle OAB_0$ を r とする。

- (1) 入射角 i について $\sin i$ を、 R 、 b 、 n の中から必要なものを用いて表せ。
- (2) 屈折角 r について $\sin r$ を、 R 、 b 、 n の中から必要なものを用いて表せ。
- (3) 図の角度 x (2箇所ある) を、 i と r の中から必要なものを用いて表せ。
- (4) 0次光の散乱角 θ_0 を、 i と r の中から必要なものを用いて表せ。
- (5) 図の角度 y は、 $y = 180^{\circ} - x - 2r$ と書ける。1次光の散乱角 θ_1 を、 i と r の中から必要なものを用いて表せ。

同様に、2次光の散乱角は、 $\theta_2 = 2i - 6r + 360^{\circ}$ と計算される。

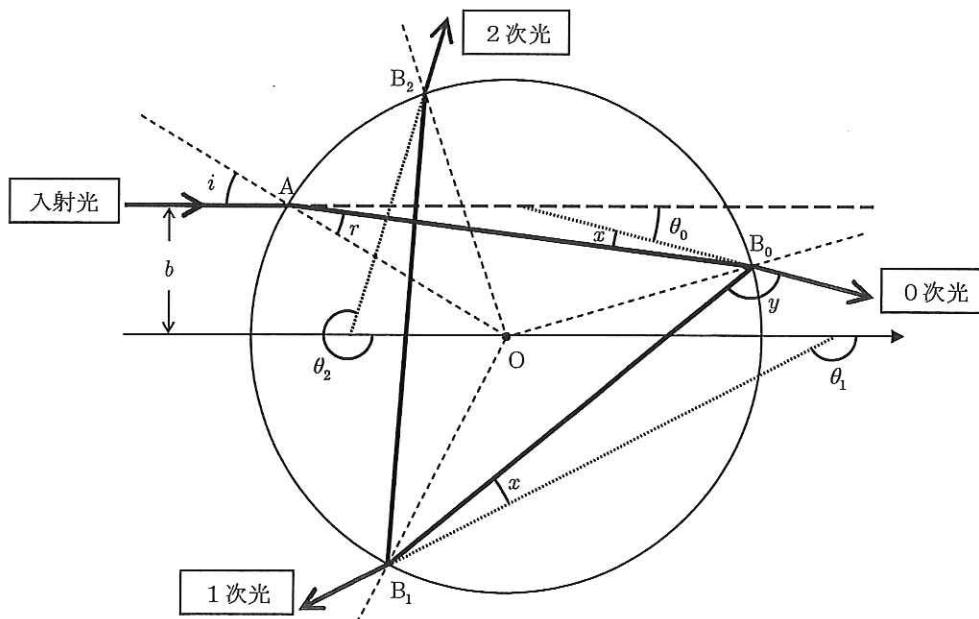


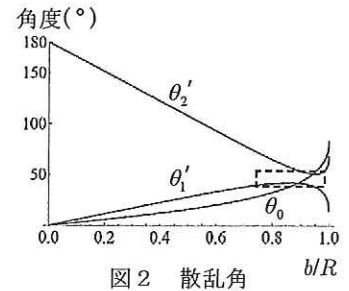
図1

物

物理

問2. 図2は、散乱角 θ_0 , θ_1 , θ_2 に関して、 θ_0 , $\theta_1' = 180^\circ - \theta_1$, $\theta_2' = \theta_2 - 180^\circ$ を橙色の光(屈折率 $n = 1.333$)に対してそれぞれ b/R の関数として描いたグラフであり、図3は図2の破線に囲まれた部分を拡大したものである。散乱角 θ_1 , θ_2 には極値があり、その近傍では衝突係数 b が変化しても散乱角はあまり変化しないため、多くの散乱光がこの角度付近に集中する。入射角の変化による光の透過率の変化は無視できるとする。

- (1) この光に関して、角度 θ_1' が 41° 以上になる1次光の強さは1次光全体の何%か。太陽光の単位衝突係数あたりの強さは等しいことを用いてグラフから読み取り、下の解答群1から最も近いものを選び、記号で答えよ。
- (2) 同様にして、角度 θ_1' が 40° 以上 41° 以下になる割合を、下の解答群1から最も近いものを選び、記号で答えよ。



解答群1: (ア) 4% (イ) 5% (ウ) 6% (エ) 10% (オ) 11% (カ) 12% (キ) 15% (ク) 16% (ケ) 17%

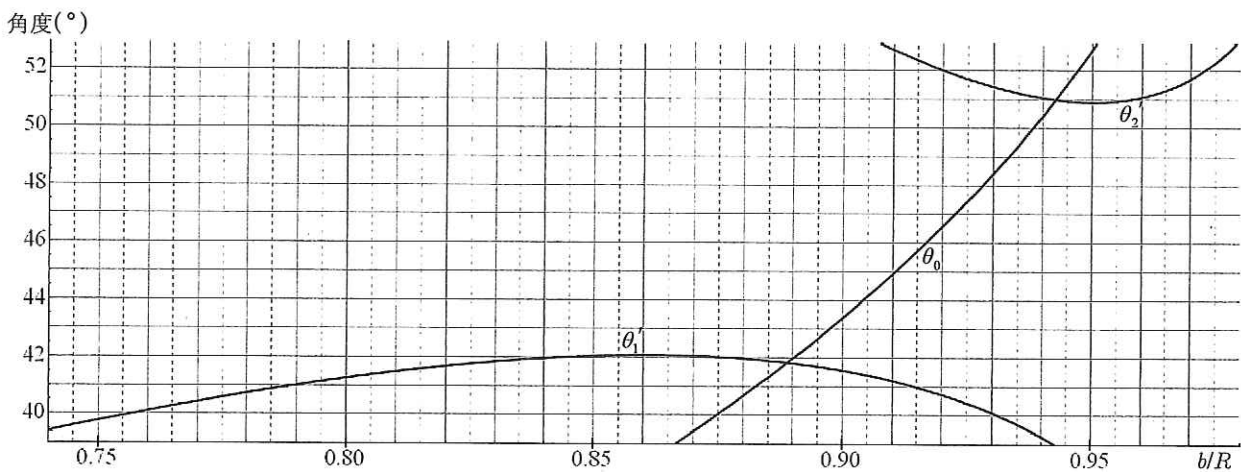


図3 拡大図

問3. 図4のように、地上の観測者が散乱光を観測する方向を、太陽の正反対方向を基準に測った角度 θ' で定義する。

- (1) 1次光が作る虹(主虹)の橙色の部分観測される角度を、1次光の散乱角の極値をグラフから読み取るにより、有効数字2桁で答えよ。
- (2) 同様にして、(図1の下半分に入射した)2次光が作る虹(副虹)の橙色の部分観測される角度を、有効数字2桁で答えよ。

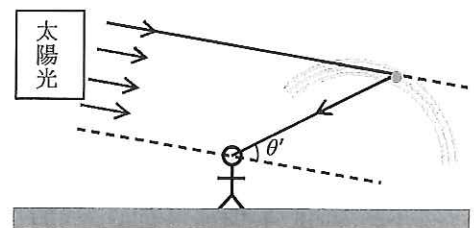


図4

問4. 可視光の範囲では波長による水滴の屈折率の変化は小さいため、散乱角の振る舞いは図2に示されたものとあまり変わらない。また波長の短い紫色の光に対する屈折率は、橙色の光に対する屈折率よりも大きくなる。次の文章の(a)から(e)に入る最も適切な言葉を下の解答群2からそれぞれ選び、記号で答えよ。

「入射角 i が同じであれば、屈折率が大きいと屈折角 r は(a)なるため、1次光の散乱角 θ_1 は(b)なり2次光の散乱角 θ_2 は(c)なる。したがって、主虹では紫色の光は橙色よりも(d)に見え、副虹では(e)に見える。」

解答群2: (ア) 大きく (イ) 小さく (ウ) 内側 (エ) 外側

物理 問題 III

質量 m 、電荷 q ($q > 0$) の粒子が真空中を運動している。粒子の速さは光速に比べて十分に小さく、また重力の影響は無視してよい。真空の誘電率を ϵ_0 、真空の透磁率を μ_0 とし、次の問いに答えよ。

問 1. 図 1 のように、 x, y, z 軸をとる。 y 軸は紙面と垂直に表から裏の向きである。 y の正の向きに磁束密度 B_0 の一様な磁場 (磁界) があり、粒子が x 軸上のある点を z の正の向きに速さ v で通過した。

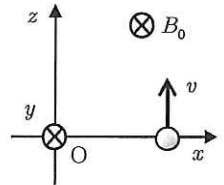


図 1

- (1) この瞬間の粒子の加速度の x 成分を求めよ。
- (2) 光速に比べて十分小さい速さ v' で z の正の向きに運動する観測者がいる。この観測者に対する、この瞬間の粒子の相対速度の z 成分は $v - v'$ である。
 - (a) この観測者から見た、この瞬間の粒子に働くローレンツ力の x 成分を求めよ。ただし、この観測者にとっても磁束密度は y の正の向きに B_0 のままであるとする。
 - (b) この観測者にとっても粒子の加速度の x 成分は (1) と同じであるが、この観測者から見たローレンツ力だけではその加速度を理解できないため、粒子にはローレンツ力以外の別な力が働いているように見える。その力の x 成分を求めよ。

この別な力は粒子の電荷に比例し、粒子の質量と速度には依存しないため、静電気力と解釈できる。そこで、次のような仮説を立てることができる。

仮説：磁場中を運動する観測者から見ると、あたかも磁場と観測者の速度に直交する電場 (電界) が存在するかのように見える。

問 2. 十分に長い直線状導線を流れる電流を考える。 z 軸上を正の向きに I ($I > 0$) の電流が流れている。

- (1) 電流から距離 r だけ離れた場所にてける磁束密度 B の大きさを求めよ。
- (2) 仮説によると、 z の正の向きに速さ v' で運動する観測者は電場を観測する。この観測者が観測する、 $(x, y, z) = (r, 0, 0)$ の位置における電場の x 成分、 y 成分を、 v' 、 r 、 B の中から必要なものを用いてそれぞれ表せ。
- (3) 同様に、この観測者が観測する、 $(x, y, z) = (r \cos \theta, r \sin \theta, 0)$ の位置における電場の x 成分、 y 成分を、 v' 、 r 、 B 、 θ の中から必要なものを用いてそれぞれ表せ。

問 3. 問 2 の観測者が観測する電場は、 z 軸上に一様に分布した電荷が作る電場とみなすことができる。このような電荷が作る電場は、電気力線の性質を用いると計算できる。電気力線は目に見えない電場の様子を表すのに用いられ、電場の強さは電気力線の密度に比例し、電場の強さが E [N/C] の位置では、電場に垂直な断面を通る電気力線の密度を E [本/m²] とする。

- (1) Q [C] の正の点電荷から r [m] 離れた位置での電場の強さは $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$ [N/C] である。点電荷を中心とする半径 r [m] の球面を通る電気力線の本数を数えることにより、 Q [C] の電荷から何本の電気力線が出ていくか答えよ。
- (2) z 軸上に一様に分布した電荷が作る電場を求めるには、図 2 のような z 軸を中心軸とする円柱を考え、そこから出ていく電気力線の本数を数えればよい。電気力線は z 軸に垂直な平面内を放射状に広がっていくため、この円柱の側面からのみ一様に出ていく。高さ h [m]、半径 r [m] の円柱全体から N [本] の電気力線が出ていくとき、円柱の側面での電気力線の密度を求めよ。
- (3) z 軸上に分布する電荷の単位長さあたりの電荷密度を λ [C/m] としたとき、 z 軸から r [m] 離れた位置での電気力線の密度を、 ϵ_0 、 r 、 λ の中から必要なものを用いて表せ。
- (4) 問 2 の観測者が観測する電場を再現する電荷密度 λ を、 ϵ_0 、 μ_0 、 v' 、 r 、 I の中から必要なものを用いて表せ。

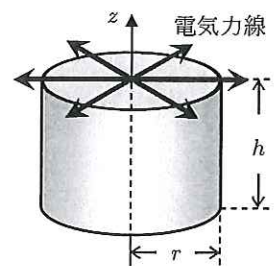


図 2