

平成 26 年度  
入 学 試 験 問 題  
  
数 学

注意：答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

### 問題 1

点  $A(0, -1)$  とする. 放物線  $y = x^2$  上の点  $P(a, a^2)$  に対し, 直線  $AP$  と  $x$  軸との共有点を  $M(m, 0)$  とし,  $M$  を  $P$  の対応点と呼ぶことにする.

- (i)  $m$  を  $a$  で表すと  $m = \boxed{\text{(1)}}$  である.
- (ii)  $m$  の値のとり得る範囲は  $\boxed{\text{(2)}}$  である.
- (iii)  $a \neq \boxed{\text{(3)}}$  のとき,  $P(a, a^2)$  と同じ対応点をもつ  $P$  と異なる放物線  $y = x^2$  上の点  $Q$  が存在し,  $Q$  の座標は  $\boxed{\text{(4)}}$  である.

### 問題 2

三角形  $ABC$  において  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ ,  $AB = c$ ,  $CA = b$ ,  $\angle ACB = \theta$  とする. また辺  $BC$  の延長上に点  $D$  を  $CD = b$  となるようにとり,  $\angle ADB = \alpha$  とする.

- (i) この  $b, c$  に対して  $x + y = 2b^2$ ,  $xy = b^4 - b^2c^2$  を満足する  $x, y$  で  $x > y$  となるものを求めると,  $(x, y) = \boxed{\text{(5)}}$  である.
- (ii) 線分  $AD$  の長さの平方は  $\boxed{\text{(6)}}$  である. 従って  $\sin \alpha$  の値を二重根号を用いずに,  $b, c$  で表せば  $\boxed{\text{(7)}}$  となり, さらにこれを  $\sin \theta$  で表せば  $\boxed{\text{(8)}}$  となる.

空白ページ

## 問題 3

現実の気体では圧力を  $p > 0$ , 体積を  $v > 0$ , 温度を  $T > 0$  とし,  $a, b, R$  を正の定数として方程式

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

に従う.

- (i) ① から  $p$  を  $v$  を用いて表すと  $p = \boxed{\quad (9) \quad}$  となる.
- (ii) ボイル・シャルルの法則に従えば,  $pv = RT \quad \dots\dots \textcircled{2}$  である.  $a > bRT$  のとき, ① と ② を  $p$  と  $v$  の連立方程式とみなすと  $v = \boxed{\quad (10) \quad}$  である.
- (iii)  $T = T_c$  (正定数) のとき ① の  $p$  を  $v$  の関数とみなして  $\frac{dp}{dv}, \frac{d^2p}{dv^2}$  を求める. ① と  $\frac{dp}{dv} = 0, \frac{d^2p}{dv^2} = 0$  を同時に満たす  $T_c, v_c, p_c$  を求めると,  $T_c = \boxed{\quad (11) \quad}, v_c = \boxed{\quad (12) \quad}, p_c = \boxed{\quad (13) \quad}$  である.

空白ページ

## 問題 4

原点  $O$  を中心とした半径 1 の円  $C$  がある. 円  $C$  上の 1 点  $A(a_1, a_2)$ ,  $a_i > 0, i = 1, 2$ , を考える.  $OA$  が  $x$  軸となす角度を  $\theta$  とする.

- (i) 円  $C'$  を中心  $(b_1, b_2)$ ,  $b_i > 0, i = 1, 2$ , 半径 1 の円とし, 点  $A$  と  $(1, 0)$  で円  $C$  と交わっているものとする,  $(b_1, b_2) = \boxed{\text{(14)}}$  である. また円  $C'$  の点  $A$  における接線の方程式は  $\boxed{\text{(15)}}$  である.

- (ii) 次に  $\theta$  を限りなく 0 に近づけていくとき,

$$\theta, \quad \sin \theta, \quad \sqrt{2(1 - \cos \theta)}, \quad 1 - \cos \theta + \sin \theta$$

の値の大小関係が定まり, これらを小さい順に並べて,  $a < b < c < d$  とすると

$$a = \boxed{\text{(16)}}, \quad b = \boxed{\text{(17)}}, \quad c = \boxed{\text{(18)}}, \quad d = \boxed{\text{(19)}}$$

であり,  $\frac{d-a}{bc}$  は  $\boxed{\text{(20)}}$  に近づく.