

入学試験問題(1次)

数 学

平成26年1月27日

9時00分—10時20分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は、9ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号、氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については、次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

No.					
-----	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 整式 $x^5 + 3x^4 + px^3 + qx - 2$ が $x^2 + 3x + 4$ で割り切れるとき、 $p - q$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

2 $x^{\frac{1}{4}} + x^{-\frac{1}{4}} = 2$ のとき、 $x^{\frac{3}{4}} + x^{-\frac{3}{4}}$ の値を求めよ。ただし、 $x > 0$ とする。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

3 方程式 $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x} = \left(\frac{16}{9}\right)^{x-1}$ の解を a とするとき、 $6a$ の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

4 x を整数とする。 $\log_2(x+1) + 4\log_4(x-1) > 0$ を満たす最小の x の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

5 $\sin\theta\left(\frac{1}{\tan\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta - 1}\right) = a$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ であるとき、 a^2 の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

6 方程式 $\cos 2\theta - 3\sin\theta + 1 = 0$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の 2 つの解を α, β とする。
 $\frac{\alpha + \beta}{\pi}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

7 放物線 $y = x^2 + ax + b$ と直線 $y = x + a$ が接しているとき、条件を満たす (a, b) は、何組あるか。ただし、 a, b はともに整数であり、 $b < 10$ とする。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

8 箱の中に赤球が4個、黄球が3個、青球が3個入っている。この箱から3個の球を同時に取り出すとき、3個とも同じ色になる確率を p とする。

$100p$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

9 正解か不正解かだけを問う二者択一式の問題が10個ある。でたらめに解答し2問だけ正解であった。このときの確率を p とする。

$\frac{2^{10}}{5} p$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

10 四角形 ABCD は、円に内接している。辺 AB の長さを 7，辺 BC の長さを 7，
辺 CD の長さを 5，辺 DA の長さを 3 とする。線分 AC の長さの値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

11 円 $x^2 + y^2 = 2$ と直線 $y = 2x + k$ は相異なる 2 点 A, B で交わる。△OAB の面積を S とする (O は原点)。 S が最大となるときの k の値を M としたとき、 M^2 の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

12 辺 AB の長さが 3，辺 AC の長さが 2， $\angle BAC = 60^\circ$ である△ABC について考える。△ABC の外接円の中心を O とする。△ABC の面積を S_1 ，△OAB の面積を S_2 としたとき、 $\frac{S_1}{S_2}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 13 円 $C_1 : x^2 + y^2 = 1$, 円 $C_2 : (x - 4)^2 + y^2 = 25$ について考える。
 点 $R(2, 0)$ から円 C_1 にひいた接線を直線 L とする(直線 L の傾きは負の実数とする)。このとき、円 C_2 と直線 L は2つの異なる点 P, Q で交わる。線分 PQ の長さを a としたとき、 $\frac{a}{\sqrt{6}}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 14 楕円 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上の点 $(\sqrt{3}, -\frac{3}{2})$ における接線の傾きを k とする。
 $\frac{4k^2}{3}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 15 数列 $\{a_n\}$ は、 $a_1 = 2$ と $a_{n+1} = 3a_n - 2$ を満たしている(n は自然数)。
 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とする。 $S_n > 2014$ をみたす最小の n の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

16 正の実数 a, b, c ($a \neq b, a \neq c, b \neq c$) について考える。

$\frac{1}{a}, \frac{2}{b}, \frac{1}{c}$ がこの順で等比数列であり、 $a, b, 3c$ がこの順で等差数列となるとき、 $\frac{a}{c}$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 チ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

17 $\triangle OAB$ について考える。辺 OB を $3:2$ に内分する点を Q 、辺 OA を $2:5$ に内分する点を R とし、線分 AQ と線分 BR の交点を P とする。

$\vec{OP} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$ (m, n は実数) と表せるとき、 $\frac{15m}{2n}$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 チ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

18 3つの空間ベクトル $\vec{a} = (2, 1, -2)$ 、 $\vec{b} = (3, 4, 0)$ 、 $\vec{c} = (x, y, z)$ について考える。 \vec{c} は \vec{a} と \vec{b} の両方に垂直であり、 $|\vec{c}| = 2\sqrt{5}$ となる。 $|z|$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 チ 4
ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

19 1辺の長さが1である正四面体OABCについて考える。辺ABおよび辺OCの中点をそれぞれM, Nとする。 $8\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BN}$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

20 関数 $y = \frac{ax + b}{x^2 + x + 1}$ が $x = 2$ で最大値1をとるとき、 $a - b$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

21 関数 $y = ax^4 - 4ax^3 + b$ (a, b とも実数, $a > 0$)の $1 \leq x \leq 4$ における最大値が3, 最小値が-24となるとき、 $a + b$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

22 曲線 $y = \sqrt{x-1}$ 上 ($x > 1$) の点 A と点 B(3, -1) を結ぶ線分 AB の長さの最小値を m とする。 m^2 の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | ナ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

23 関数 $f(t) = \int_0^\pi (x - t \sin x)^2 dx$ とする。(t は実数)
 $f(t)$ が最小となるときの t の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | ナ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

24 定積分 $3 \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{(\log x)^2}{x} dx$ ($\log x$ は自然対数) の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

25 点 $P(\cos^4 \theta, -\sin^4 \theta)$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) の軌跡を曲線 C とし、 $\theta = \frac{\pi}{6}$ における曲線 C の接線を直線 L とする。曲線 C 、直線 L 、 y 軸で囲まれた面積を S とする。
128 S の値を求めよ。

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |