数　　　学

＜監督者の指示があるまで開いてはいけない＞

1. 試験開始後，まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
2. 試験開始後，速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。
   落丁や乱丁があった場合は，手を挙げなさい。
3. 解答用紙に印刷されていない問いの番号は各自で記入しなさい。
4. 下書きは問題冊子の余白を利用しなさい。
5. 問題冊子は各科目の試験終了後，持ち帰ってもよい。
   ただし，試験途中では持ち出してはいけない。

1. 次の $\boxed{}$ にあてはまる適切な数値，または行列を解答欄に記入せよ。

(1) 1から10までの数字が1つずつ記入された10枚のカードから3枚のカードを同時に取り出す。取り出したカードに記入してある3つの数の最小値を X，最大値を Y とすると，$Y=2X$ となる確率は $\boxed{\text{(ア)}}$ である。また，$Y<2X$ となる確率は $\boxed{\text{(イ)}}$ である。

(2) 実数を成分とする2次の正方行列 A の表す1次変換（点の移動）f によって，xy 平面上の点 P$(1,\ -1)$ は点 Q に，点 Q は点 R$(-1,\ 0)$ に，点 R は点 P にそれぞれ移される。このとき，行列 A は $\boxed{\text{(ウ)}}$，点 Q の座標は $(\boxed{\text{(エ)}},\ \boxed{\text{(オ)}})$ である。

2. a，b は実数で $0 < a \leqq \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ とする。関数 $f(x)$，$g(x)$ を

$$f(x) = \log\left(a^2 + x^2\right), \quad g(x) = x^2 + b$$

と定める。xy 平面上の 2 曲線 $y = f(x)$，$y = g(x)$ の $x \geqq 0$ の部分をそれぞれ C_1，C_2 とし，C_1 の変曲点 P の x 座標を $t(a)$ とする。C_2 が点 P を通るとき，次の問いに答えよ。ただし，対数は自然対数である。

(1) (i) C_1 の凹凸を調べ，$t(a)$ を a を用いて表せ。また，b を a を用いて表せ。

(ii) $a = \dfrac{1}{2}$ のとき，C_1 の概形を xy 平面上に描け（xy 平面は解答用紙にある)。なお，$0.6 < \log 2 < 0.7$ であることを概形を描く際の参考にしてよい。

(2) $0 \leqq x \leqq t(a)$ をみたす実数 x に対して，$f(x)$ と $g(x)$ の大小関係を調べよ。

(3) $0 \leqq x \leqq t(a)$ の範囲で，C_1，C_2 および y 軸で囲まれた部分の面積 $S(a)$ を a を用いて表せ。また，a が $0 < a \leqq \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ の範囲を動くとき，$S(a)$ の最大値とそのときの a の値を求めよ。

3. すべての実数 x に対して $-\sqrt{2}a(\sin x+\cos x)+4b\sin x\cos x-4 \leqq 0$ が成り立つような実数の組 $(a,\ b)$ の存在する範囲を D とする。このとき，次の問いに答えよ。問い (2) では $\boxed{}$ にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

(1) D を求め，ab 平面上に図示せよ（ab 平面は解答用紙にある）。

(2) 点 $(a,\ b)$ が D 内を動くとき，$\dfrac{b+1}{a+4}$ のとり得る値の範囲は

$\boxed{\textbf{(カ)}} \leqq \dfrac{b+1}{a+4} \leqq \boxed{\textbf{(キ)}}$ である。

4. O を原点とする xyz 空間内の平面上に平行四辺形 ABCD があり，3 点 B，C，D の座標は B(1, 0, 0)，C(0, $\sqrt{3}$, 0)，D(0, 0, d) ($d > 0$) である。辺 BC の中点を M，辺 CD を 5 : 1 に内分する点を N，BN と DM の交点を G とするとき，次の問いに答えよ。問い (1) では $\boxed{}$ にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

(1) (i) $\overrightarrow{AG}$ を $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$ を用いて表すと $\overrightarrow{AG} = \boxed{(ク)}\overrightarrow{AB} + \boxed{(ケ)}\overrightarrow{AD}$ である。

(ii) $\angle DAG = \frac{\pi}{6}$ とするとき，点 A の座標は ($\boxed{(コ)}$, $\boxed{(サ)}$, $\boxed{(シ)}$)，d の値は $\boxed{(ス)}$ である。

(2) A，d は (1) で求めた座標，値とする。平行四辺形 ABCD を底面とする四角錐(すい) O-ABCD を z 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。