補　足　説　明

数　学

問題 I (5)　5ページ、下から2行目

下から2行目先頭の「断面」とは、$a = 0$ のときの xy 平面に垂直な平面とVとの交線の作る楕円をあらわしている。

数　　学

［注意事項］

1. 監督者の指示があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 問 Ⅰ，Ⅱ の解答はマークシートにマークし，問 Ⅲ の解答は専用の解答用紙に書くこと。
3. マークシート解答用紙は，コンピュータで処理するので，折り曲げたり汚したりしないこと。
4. マークシートに，氏名・受験番号を記入し，受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。また，問 Ⅲ の解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答案は無効になる。

受験番号のマーク例（13015の場合）

受	験	番	号	
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
⓪	⓪	●	⓪	⓪
●	①	①	●	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

5. 問 Ⅰ，Ⅱ において，マークするときは，HBまたはBの黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえで，新たにマークし直すこと。
6. マークで解答する場合は，下記の例に従い，正しくマークすること。

正しいマーク例

①②●④⑤⑥

誤ったマーク例

○をする

Vをする

完全にマークしない

枠からはみだす

7. マークで解答する場合，［　　］の中の文字は，それぞれ符号（−）または，数字・記号1文字が対応している。ただし，符号は選択肢に含まれない場合がある。例えば，［ア イ］の形の場合，−9から−1の整数または10から99の整数が入り得る。

−2の場合

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		⓪	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

32の場合

ア	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ		⓪	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

I $\boxed{\phantom{\text{アイ}}}$ に適する解答をマークせよ。ただし，同一問題で同じ記号の $\boxed{\phantom{\text{アイ}}}$ がある場合には同一の値がはいる。

(1) 2次の正方行列 A に対し

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} -11 & 1 \\ -22 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} -8 & 6 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$$

が成立している。

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{アイ}} & \boxed{\text{ウ}} \\ \boxed{\text{エオ}} & \boxed{\text{カ}} \end{pmatrix}$$ を用いると

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{\text{キ}} & \boxed{\text{ク}} \\ \boxed{\text{ケ}} & \boxed{\text{コ}} \end{pmatrix}$$ となる。

(2) $y=\sqrt{x}$ を微分すると $y'=ax^b$ となる。ただし $a=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$,

$b=\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ である。

$y=\sqrt{x}$ のグラフの(1, 1)での接線の式は $y=\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}x+\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$

であり，接線上で $x=1+h$ での値は $\boxed{コ}+\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}h$ である。

h が小さいときは $\boxed{コ}+\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}h$ は $\sqrt{1+h}$ の良い近似となって

いる($h>0$ ときは $0<\boxed{コ}+\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}h-\sqrt{1+h}<\dfrac{1}{8}h^2$ が成立する)。

たとえば $\sqrt{17}=4\sqrt{1+\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}}$ である。

この近似値は $\boxed{タ}\left(1+\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツテ}}\right)=\boxed{ト}+\dfrac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}$ である。

$\sqrt{17}$ を小数第2位まで求めると $\boxed{ヌ}.\boxed{ネノ}$ となる。

同様に $\sqrt{37}$ の近似値は $\boxed{ハ}+\dfrac{\boxed{ヒ}}{\boxed{フヘ}}$ であり，$\sqrt{37}$ を小数第2位まで求めると $\boxed{ホ}.\boxed{マミ}$ となる。

(3) 3次関数 $y = x^3 - 4x$ のグラフを平行移動して，x 軸と1，2及びもう一点で交わるようにしたい。

このような平行移動は2通りある。

一つは x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$，$y$ 軸方向に $\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$

平行移動するもので，3つ目の交点の x 座標は

$\dfrac{\boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

もう一つは x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$，

y 軸方向に $-\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ 平行移動するもので，3つ目の交点の x 座標は

$\dfrac{\boxed{\text{ス}} + \boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(4) 極をOとする極座標を考える。$(\sqrt{2},\ 0)$ に A_0 が，$(\sqrt{2},\ \frac{\pi}{2})$ に B_0 が，$(\sqrt{2},\ \pi)$ に C_0 が，$(\sqrt{2},\ \frac{3}{2}\pi)$ に D_0 があり，四角形 $A_0B_0C_0D_0$ は一辺2の正方形となっている。

A_n，B_n，C_n，D_n $(n=1,\ 2,\ \cdots)$ を次のように定義する。

点 A_n を $A_{n-1}B_{n-1}$ を $3-\sqrt{3} : 3+\sqrt{3}$ に内分する点とし，

点 B_n を $B_{n-1}C_{n-1}$ を $3-\sqrt{3} : 3+\sqrt{3}$ に内分する点とし，

点 C_n を $C_{n-1}D_{n-1}$ を $3-\sqrt{3} : 3+\sqrt{3}$ に内分する点とし，

点 D_n を $D_{n-1}A_{n-1}$ を $3-\sqrt{3} : 3+\sqrt{3}$ に内分する点とする。

このとき，以下の問いに答えよ。

$$\frac{A_nO}{A_{n-1}O}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad A_nB_n=\boxed{\text{ウ}}\left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)^n$$

A_0，A_1，A_2，…は曲線 $r=ae^{b\theta}$ 上にある。ただし

$$a=\sqrt{\boxed{\text{カ}}},\quad b=\frac{6}{\pi}\log\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$ である。

$A_0B_0C_0D_0$ の面積 $+$ $A_1B_1C_1D_1$ の面積 $+$ $A_2B_2C_2D_2$ の面積 $+ \cdots =$ $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

(5) 半径1の球がある。この球を平面で2つに切り分けることを考える。たとえば，中心からの距離が $\frac{1}{2}$ の平面で2つに切り分けると，小さいほうの部分の体積と大きいほうの部分の体積の比は $\boxed{\text{ア}}$: $\boxed{\text{イウ}}$ となる。次に，楕円 $\frac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$ について考える。この楕円の接線で傾きが $\frac{2}{3}$ で x 軸の正の部分で交点を持つ接線は，$y = \frac{2}{3}x - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。次にこの楕円を x 軸まわりに一回転させてできる回転体Vについて考える。このとき，Vの体積は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$ になる。ここで，xy 平面に垂直な平面で，xy 平面との交線が $y = \frac{2}{3}x - a$ $(a \geqq 0)$ となる平面を考える。まず，$a = 0$ のときは，断面は楕円となり，その面積は $\frac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi$ となる。

$a = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ のときは，体積を $\boxed{\text{ア}}$: $\boxed{\text{イウ}}$ にVを分ける。

Ⅱ $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。$\boxed{コ}$，$\boxed{サ}$ は下の選択肢から適当なものを選べ。ただし，同じ記号の $\boxed{}$ がある場合には同一の値がはいる。

中心$(-2, 0)$，半径 r の円 C があり，この円上の動点 $\mathrm{P}(p-2, q)$ をとる。ただし $p^2+q^2=r^2$ である。点 $\mathrm{S}(2, 0)$ とするとき，PS の垂直 2 等分線が動く範囲を考えたい。

点 $\mathrm{X}(x, y)$ がある垂直二等分線上にある場合は，PS の中点を M とすると PS と XM は直交する。このとき

$$qy = -p(x+\boxed{ア})+(\boxed{イ}x+\frac{r^2}{\boxed{ウ}})$$

となる。X に対して動点 P が存在する条件を考える。この場合，両辺を平方しても p が満たすべき式としては一般性を失わないことがわかっているので，次の式を得る。

$$p^2\{(x+\boxed{ア})^2+y^2\}-2p(x+\boxed{ア})(\boxed{イ}x+\frac{r^2}{\boxed{ウ}})$$
$$+(\boxed{イ}x+\frac{r^2}{\boxed{ウ}})^2-r^2y^2=0$$

p が異なる 2 実数解をもてば点 X に対して二つの垂直 2 等分線が存在する。この条件は $r^2y^2+(r^2-\boxed{エオ})x^2-\frac{r^2}{4}(r^2-\boxed{エオ})>0$ となる。この式が満たす領域の境界となる 2 次曲線は

$r^2y^2+(r^2-\boxed{エオ})x^2-\frac{r^2}{4}(r^2-\boxed{エオ})=0$ でその焦点は

$(\boxed{カキ}, 0)$ および $(\boxed{ク}, 0)$ である。$r>\boxed{ケ}$ のとき $\boxed{コ}$ となり，$r<\boxed{ケ}$ のとき $\boxed{サ}$ となる。

選択肢

a）楕　円　　b）放物線　　c）双曲線

d）円　　e）直　線　　f）サイクロイド

$\boxed{\text{III}}$ 次の問いに答えよ。

(1) 三角形の内心の定義を述べよ。

(2) $\vec{u}$を長さ1のベクトル，$\vec{v}$を$\vec{u}$と平行でないベクトルとする。さらに，$\vec{w}=\vec{v}-(\vec{v}\cdot\vec{u})\vec{u}$としたとき，$\vec{u}$と$\vec{w}$は直交することを示せ。

(3) $\vec{u}$, $\vec{v}$を長さ1の平行でないベクトルとする。さらに，$\vec{w}=k\vec{v}+l\vec{u}$とおく（$k$, lは正の実数)。$\vec{x}=\vec{w}-(\vec{w}\cdot\vec{u})\vec{u}$, $\vec{y}=\vec{w}-(\vec{w}\cdot\vec{v})\vec{v}$とおくとき，$|\vec{x}|=|\vec{y}|$となる$k$, lの条件を与えよ。

(4) 三角形OABに対して，辺の長さを$\mathrm{OB}=a$, $\mathrm{OA}=b$, $\mathrm{AB}=c$とおく。さらに，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{f}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{g}$とおく。さらに，三角形OABの内心をIとしたとき，$\overrightarrow{\mathrm{OI}}$を$\vec{f}$, $\vec{g}$で表せ。