数　　　学　(全1の1)

次の $\boxed{}$ に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は，コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 3\end{pmatrix}$，$E=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$，$P=A+E$ とする。このとき，$A^2+A=$ $\boxed{①}$ P，$A^{n+1}+A^n=$ $\boxed{②}$ P となる。また，$Q=A-6E$ とすると A^n は n，P，Q を用いて，$A^n=$ $\boxed{③}$ と表すことができる。ただし，n は正の整数とする。

2. xy 平面上において，原点を通り傾きが正の直線を ℓ とする。直線 ℓ 上の y 座標が1の点に，x 軸の正の方向から x 軸に平行な光線を入射したとき，光線は直線 ℓ と x 軸で次々と反射を繰り返し，n 回目に反射した後，入射した経路を逆に進んだとする。このときの直線 ℓ と x 軸とのなす角を θ とする。直線 ℓ での最初の反射を1回目，反射した点を P_1 とし，その後光線が反射した点を P_2，P_3，$\cdots P_n$ とする。また，$0^\circ<\theta<90^\circ$ とする。

(i) $\theta=30^\circ$ のときの P_n の座標は $\boxed{④}$ である。

(ii) θ のうち，その値が整数となるものは全部で $\boxed{⑤}$ 個ある。

(iii) P_1 から P_n までの光の経路の長さは $\boxed{⑥}$ である。

3. 3つの直線 $\ell: ax-y=0$，$m: x-2y-2=0$，$n: x+y-5=0$ があり，直線 ℓ と直線 m の交点をA，直線 ℓ と直線 n の交点をB，直線 m と直線 n の交点をCとし，3点A，B，Cのすべてを通る円を D とする。ただし，a は実数で $a>\dfrac{1}{2}$ とする。

(i) 問題については，削除しています。

(ii) 三角形△ABCの面積が $\dfrac{15}{2}$，かつ∠Aが鋭角であるとき，$a=$ $\boxed{⑧}$ であり，円 D の方程式は $\boxed{⑨}$ となる。

4. 2つの曲線 $y=6\sin x$ と $y=4-2\cos 2x$ は $x=$ $\boxed{⑩}$ で共通点を持つ。また，この2つの曲線で囲まれた部分の面積は $\boxed{⑪}$ である。ただし，$0\leqq x\leqq\pi$ とする。

5. 半径1の円に内接する正 n 角形を $N_1{}^{(n)}$，$N_1{}^{(n)}$ に内接する円を $C_1{}^{(n)}$ とし，さらに $C_1{}^{(n)}$ に内接する正 n 角形を $N_2{}^{(n)}$，$N_2{}^{(n)}$ に内接する円を $C_2{}^{(n)}$ とする。同様にして $N_3{}^{(n)}$，$C_3{}^{(n)}$，$N_4{}^{(n)}$，$C_4{}^{(n)}$，$\cdots$，$N_k{}^{(n)}$，$C_k{}^{(n)}$ を定義する。このとき，円 $C_k{}^{(n)}$ の半径 $R_k{}^{(n)}$ と正 n 角形 $N_k{}^{(n)}$ の面積 $S_k{}^{(n)}$ は，それぞれ n と k を用いて $R_k{}^{(n)}=$ $\boxed{⑫}$，$S_k{}^{(n)}=$ $\boxed{⑬}$ と表すことができる。また，$S_m=\sum_{k=1}^{m}S_k{}^{(n)}$ とおいたとき，$\lim_{m\to\infty}S_m=$ $\boxed{⑭}$ である。ここで，n，k は正の整数とする。

6. 点 $(p,\ 0)$ を通り，楕円 $4x^2+y^2=4$ に接する直線の方程式は $y=$ $\boxed{⑮}$ および $y=$ $\boxed{⑯}$ で，接点の x 座標は $x=$ $\boxed{⑰}$ である。また，$p=$ $\boxed{⑱}$ のとき，2つの接線は直交する。ここで，p は実数で $p>2$ とする。

7. 次の計算をしなさい。

$$\int_0^1 \log(\sqrt{x}+1)\,dx=\boxed{⑲},\quad \int_0^1\left\{\sqrt{2x-x^2}+\sin\left(x-\frac{1}{2}\right)\right\}dx=\boxed{⑳}$$