

平成 26 年 度

試 験 問 題 ②

# 学 科 試 験

(9 時 ~ 12 時)

## 【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中をみてはならない。
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである。

| 教 科 | 科 目 | ペー ジ    | 解 答 用 紙 数 | 選 択 方 法                                      |
|-----|-----|---------|-----------|--|
| 数 学 | 数 学 | 1 ~ 12  | 1 枚       | 数学，英語は必須解答とする。<br>理科は左の 3 科目のうちから 1 科目を選択せよ。 |
| 英 語 | 英 語 | 13 ~ 16 | 1 枚       |  |
| 理 科 | 化 学 | 17 ~ 30 | 2 枚       |  |
|     | 生 物 | 31 ~ 32 | 4 枚       |  |
|     | 物 理 | 33 ~ 42 | 1 枚       |  |

3. 監督者の指示に従って、選択しない理科科目を含む全解答用紙(9枚)に受験番号と選択科目(理科のみ)を記入せよ。
  - ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ。
  - ② 理科は選択科目記入欄に選択する 1 科目を○印で示せ。  
上記①，②の記入がないもの，および理科 2 科目または理科 3 科目選択した場合は答案全部を無効とする。
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ。
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい。
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ。
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない。
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない。問題冊子は持ち帰ってよい。

# 数 学

設問ごとに、解答用紙の該当する枠内に解答のみを記入せよ。

【1】  $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$  とする。このとき、 $\left(\frac{2}{3}\right)^{50}$  は小数第何位に初めて0でない数字が現れるか。

【2】 実数  $x$  に対して、 $n \leq x < n + 1$  を満たす整数  $n$  を  $[x]$  で表すとき

$$4[x]^2 - 36[x] + 45 < 0$$

を満たす  $x$  の範囲を求めよ。

【3】  $(4x^3 - 2x^2 + 3)^3$  を  $x^2 - x + 1$  で割ったときの余りを求めよ。

- 余 白 (計算用紙) -

【4】  $y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} + \sin x$  ( $0 \leq x < 2\pi$ ) とする. このとき  $y$  の取り得る範囲を求めよ.

【5】 四角形 ABCD が次の等式を満たすとき, 四角形 ABCD はどのような形であるか.

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$$

【6】 2桁の自然数で, 正の約数を最も多くもつものをすべて挙げよ.

- 余 白 (計算用紙) -

【7】  $x^3 = 1$  の解のうち 1 でないものの 1 つを  $\omega$  とし,  $y = (x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3)^3$  を考える.  $x_1, x_2, x_3$  に 1 から 3 までの自然数を重複を許さないように代入するとき  $y$  が取り得る値は何通りあるか.

【8】 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{n^2} \left( \cos \frac{\pi}{2n} + 2 \cos \frac{2\pi}{2n} + \cdots + n \cos \frac{n\pi}{2n} \right)$$

【9】 数列  $a_n = (50 - 2n)2^n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とする.  $S_n < 0$  となる最小の  $n$  と, そのときの  $S_n$  の値を求めよ.

- 余 白 (計算用紙) -

【10】 次の定積分を求めよ.

$$\int_{-1}^1 \left( x^2 + x - \frac{x^5}{x^2 + 2} \right) dx$$

【11】 点Pが楕円 $x^2 + 4y^2 = 4$ の上を動くとき、Pから定点 $A(a, 0)$   $\left( 0 < a < \frac{3}{2} \right)$ への距離 $L(p)$ の最小値を求めよ.

【12】  $f(x) = (x - a_1)(x - a_2)(x - a_3)$  とし、 $g(x) = \sum_{k=1}^3 \frac{f(x) \cdot b_k}{f'(a_k) \cdot (x - a_k)}$  とする.  $g(x)$  を  $px^2 + qx + r$  の形で表したときの  $p, q, r$  の値を求めよ. ただし、 $a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = -1, b_1 = 12, b_2 = 3, b_3 = 4$  とする.

- 余 白 (計算用紙) -

【13】 命題「実数  $a, b$  がともに正ならば,  $ab > 0$  である。」の対偶を述べよ.

【14】 2つの放物線  $y = 2x^2 + ax + a^2$ ,  $y = x^2 + 3ax + 9$  で囲まれた部分の面積を求めよ.

【15】  $\triangle ABC$  において  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$  である点  $O$  が  $\triangle ABC$  の外心であり,  $\triangle ABC$  の外接円の半径は  $r$  であるとする. このとき, 辺  $AB$  の長さを求めよ.

- 余 白 (計算用紙) -

- 余 白 (計算用紙) -

- 余 白 (計算用紙) -