

平成 26 年 度

試 験 問 題 ②

学 科 試 験

(9 時 ~ 12 時)

【注 意】

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中をみてはならない。
2. 試験教科、試験科目、ページ、解答用紙および選択方法は下表のとおりである。

教 科	科 目	ペー ジ	解 答 用 紙 数	選 択 方 法
数 学	数 学	1 ~ 12	1 枚	数学、英語は必須解答とする。 理科は左の 3 科目のうちから 1 科目を選択せよ。
英 語	英 語	13 ~ 16	1 枚	
理 科	化 学	17 ~ 30	2 枚	
	生 物	31 ~ 32	4 枚	
	物 理	33 ~ 42	1 枚	

3. 監督者の指示に従って、選択しない理科科目を含む全解答用紙(9枚)に受験番号と選択科目(理科のみ)を記入せよ。
 - ① 受験番号欄に受験番号を記入せよ。
 - ② 理科は選択科目記入欄に選択する 1 科目を○印で示せ。

上記①、②の記入がないもの、および理科 2 科目または理科 3 科目選択した場合は答案全部を無効とする。
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ。
5. 問題冊子の余白を使って、計算等を行ってもよい。
6. 試験開始後、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせよ。
7. 解答用紙はいずれのページも切り離してはならない。
8. 解答用紙は持ち帰ってはならない。問題冊子は持ち帰ってよい。

物 理

【1】 以下の の中に適当な式を記入せよ.

図1のように、質量 m_A [kg] の小球 A を地上 h [m] の高さのところから自由落下させ、質量 m_B [kg] の小球 B を地上から速さ v_0 [m/s] で鉛直上向きに投げ上げる。ただし、時刻 0 s のときに自由落下と投げ上げをおこなう。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。

I) 小球 A と小球 B が同じ高さになる時刻は

$$\boxed{(1 \cdot 1)} \quad [\text{s}]$$

である。

II) 小球 A が地面に落下するまでに、小球 A と小球 B が同じ高さになるための条件は、不等号を用いて表すと、

$$\boxed{(1 \cdot 2)}$$

である。

III) 小球 B が上昇しているときに、小球 A と小球 B が同じ高さになるための条件は、不等号を用いて表すと、

$$\boxed{(1 \cdot 3)}$$

である。

IV) 小球 A と小球 B が同時に地上に落下するための条件は、等号を用いて表すと、

$$\boxed{(1 \cdot 4)}$$

である。

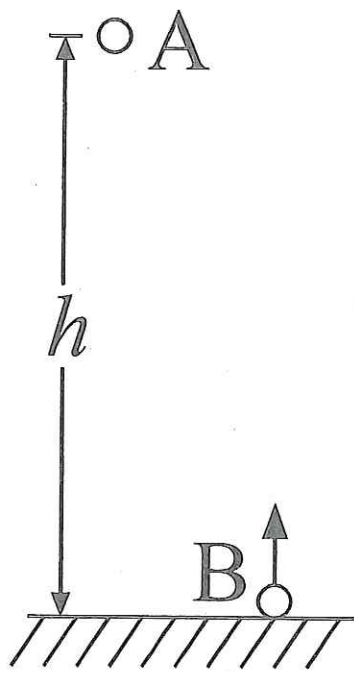


图 1

【2】以下の の中に適当な式を記入せよ。

静止衛星を打ち上げるとき、直接、静止軌道(円軌道)に運ぶことは経済的にみて効率が悪い。そのため、まず、低い軌道に運ぶ(簡単のため、円軌道とする)。次に、図2のように、点Aで無視できる時間だけ加速して、低い円軌道および静止軌道と接した円軌道に移す。この後は、地球の重力(万有引力)のみで衛星を航行させ、静止軌道との接点Bで再び加速し、静止軌道に移す。この方式は、点Aから点Bまで燃料を使用しないので、経済的である。

低い円軌道の半径を r [m]、静止軌道の半径を R [m] とする。点Aでの加速前の速さを v_1 [m/s]、加速後の速さを V_A [m/s] とし、点Bでの加速前の速さを V_B [m/s]、加速後の速さを v_2 [m/s] とする。地球の質量を M [kg]、衛星の質量を m [kg]、万有引力定数を G [$\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$] とし、加速時の消費燃料の質量は無視できるものとする。ただし、答えは G, M, m, r, R を用いて表わし、速さを含めないこと。

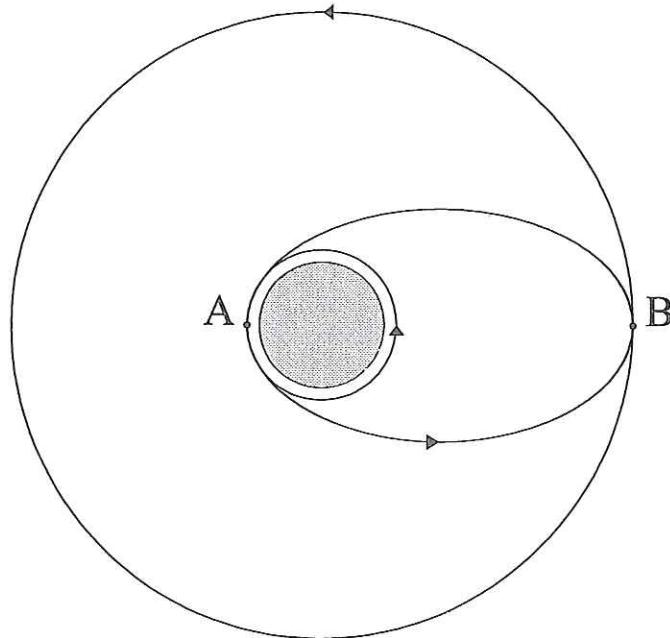


図2

I) 低い円軌道での速さ v_1 は

$$\boxed{(2 \cdot 1)} \quad [\text{m/s}]$$

である。このとき、衛星が地球の周りを一周するのに要する時間(周期)は

$$\boxed{(2 \cdot 2)} \quad [\text{s}]$$

である。

II) ケプラーの第2法則によると、一定時間に衛星と(地球の)中心を結ぶ線分が描く面積は一定である。点Aおよび点Bでは単位時間当たりに描く面積はそれぞれの速さと中心からの距離の積に比例するから、

$$rV_A = RV_B$$

の関係が成り立つので、だ円軌道を航行する衛星に関する力学的エネルギー保存の法則とあわせて考えると、点Aでの衛星の速さ V_A は

$$\boxed{(2 \cdot 3)} \quad [\text{m/s}]$$

となる。また、だ円軌道を航行する衛星の力学的エネルギーは

$$\boxed{(2 \cdot 4)} \quad [\text{J}]$$

で与えられる。ただし、万有引力の位置エネルギーは無限遠を基準点とする。このことから、だ円軌道を航行する衛星の力学的エネルギーは、半径が

$$\boxed{(2 \cdot 5)} \quad [\text{m}]$$

の円軌道を航行する衛星の力学的エネルギーと同じであることがわかる。さらに、ケプラーの第3法則を用いると、周期もこの円軌道を航行する衛星の周期と同じであることがわかる。

【3】 以下の の中に適当な数値または式を記入せよ。

I) 微小な凸(ピットとよぶ)が間隔 d [m] で並んだアルミニウムの反射層は反射型回折格子となる。図 3(a) のように、上から白色光をあてて、 θ [rad] の角度の方向からみると、波長が λ [m] の光は、 m を自然数として

$$(3 \cdot 1)$$

のとき、強め合い明るくなる。これが、光ディスク (CD や DVD 等) の記憶面が虹色に見える理由である。実際の光ディスクではアルミニウムの反射層は樹脂層で覆われているため、樹脂層の屈折率を考慮する必要がある。

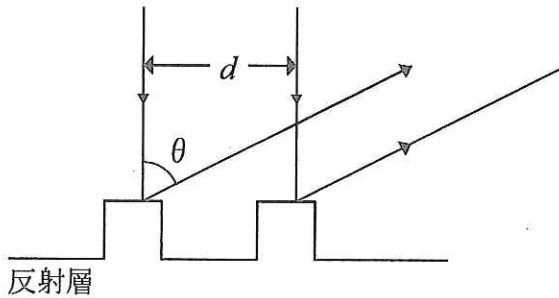


図 3(a)

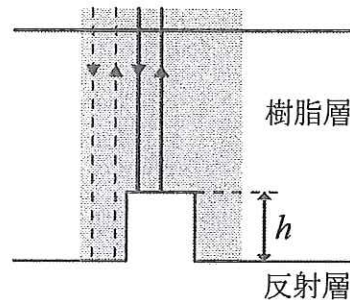


図 3(b)

II) 光ディスクに特定の波長のレーザー光線を当てて、反射してくる光の強弱を測定し、信号を読み取ることができる。ピットがあると回折により入射方向に戻ってくる反射光は弱められる。さらに、図 3(b) のように、幅のあるレーザー光線を用いると、戻ってくる反射光の干渉を利用することでも弱められる。そのために、ピットの高さをどれだけにするか考えよう。

ピットの高さを h [m]、樹脂層の屈折率を n 、レーザー光線の波長を λ [m] とする。このとき、 m を自然数として、

$$(3 \cdot 2)$$

を満たすとき、反射してくるレーザー光線は干渉によって弱められる。

CD では、レーザー光線の波長は $7.8 \times 10^{-7} \text{ m}$ 、樹脂層の屈折率は 1.5 である。このとき、最小のピットの高さ h は

$$\boxed{(3 \cdot 3)} \text{ m}$$

となる ($(3 \cdot 3)$ には、数値を記入する)。

III) 書き込み可能な CD-R に情報が書き込まれていない状態では、反射層 (CD-R では銀を使用) にピットはない。このとき、樹脂層を薄膜と考えたときの干渉を考えよう。樹脂層の厚さを $D [\text{m}]$ 、屈折率を $n (> 1)$ 、空気の屈折率は 1 とする。このとき、図 3(c) に示す角度で入射した光の入射角 $\phi [\text{rad}]$ と屈折角 $\theta [\text{rad}]$ には、

$$\boxed{(3 \cdot 4)}$$

の関係がある。波長 $\lambda [\text{m}]$ の光が強められる条件は、 m を自然数として

$$\boxed{(3 \cdot 5)}$$

である。ただし、銀による反射では、位相は $\pi \text{ rad}$ だけ変化する。

CD では $D = 1.2 \text{ mm}$ である。このため白色光では、すべての波長で強め合う m が存在する。すなわち、干渉は見られないはずである。

しかし実際には、虹色が見える。それは何故か。CD-R では反射面 (反射層の表面) に有機色素を薄く塗り記憶層としている (この層は約 $0.1 \mu\text{m}$ と薄いので干渉が見える)。さらに、書き込みをする場所の目印として案内溝 (印刷面を下にすると溝ではなく盛り上がる形になる) があり、ピットのように回折の原因となる。

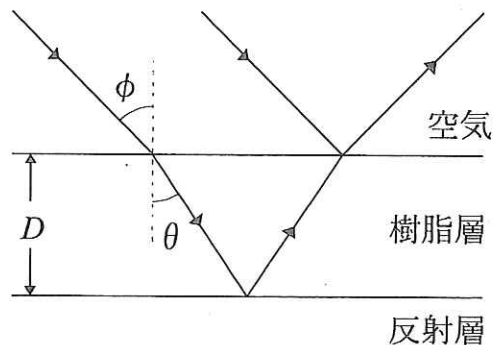


図 3(c)

【4】 以下の の中に適当な数または式を記入せよ。

図4のように、ヒーターを備えた容器Aと、なめらかなピストンとシリンダーからなる容器Bがあり、安全弁を取り付けた細い管でつながれている。ピストンには常に外から大気圧 P_0 [Pa] がかけられている。安全弁は左側の圧力が右側の圧力に比べて $P_0/2$ より大きくなると開き、安全弁を通して容器Aから容器Bへ気体の流れが生じる。容器Bから容器Aに気体は流れない。

今、容器A、容器Bそれぞれに単原子分子の理想気体を1 mol ずつ入れた。初めは2つの容器の状態は等しく、体積 V_0 [m^3]、圧力 P_0 [Pa]、温度 T_0 [K] で平衡状態にあった。容器・ピストン・安全弁は互いに断熱されており熱を通すことはない。気体定数を R [J/(mol·K)] とする。

I) 容器Aに対してゆっくり熱を加えていくと、安全弁が開きピストンが動き始めた。ここまでに加えた熱量は

$$\boxed{(4 \cdot 1)} \times RT_0 \quad [\text{J}]$$

である。

II) さらに熱を加え、シリンダー内の体積を $\frac{3}{2}V_0$ まで増加させた。このとき、容器AとB内のそれぞれの気体を持つ内部エネルギー U_A [J]、 U_B [J] は

$$U_A = \boxed{(4 \cdot 2)} \times RT_0$$

および

$$U_B = \boxed{(4 \cdot 3)} \times RT_0$$

であり、新たに加えた熱量は

$$\boxed{(4 \cdot 4)} \times RT_0 \quad [\text{J}]$$

である。このとき、容器AとB内の気体の温度をそれぞれ T_A [K]、 T_B [K] とすると、

$$\frac{1}{T_A} + \frac{1}{T_B} = \boxed{(4 \cdot 5)} \times \frac{1}{T_0}$$

の関係式が成り立つ。

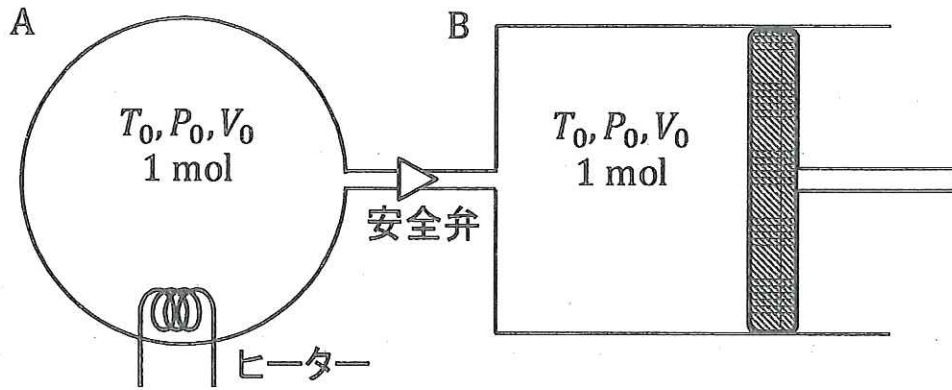


図 4

【5】 以下の の中に適当な式を記入せよ。

電圧の実効値が V_e [V] で周波数が f [Hz] の交流電源がある。波形は正弦波であり、周波数は可聴周波数とする。この電源を用いた回路について以下の問いに答えよ。

I) 図 5(a) は抵抗とコンデンサーで構成されたブリッジ回路である。A 点と B 点を電源につなぎ、P 点と Q 点にヘッドホンをつなぐと周波数 f の音が聞こえる。ところが、BQ 間の可変抵抗を調節すると、ヘッドホンからの音が聞こえなくなることがある。このときの可変抵抗の抵抗値は R_2 [Ω] であった。AQ 間の抵抗の抵抗値 R_1 [Ω] と AP 間のコンデンサーの電気容量 C_1 [F] が既知であるとする、BP 間のコンデンサーの電気容量 C_x [F] は

$$C_x = \text{ (5・1) }$$

である。

II) 図 5(b) のような、抵抗値 R [Ω] の抵抗、電気容量 C [F] のコンデンサー、自己インダクタンス L [H] のコイルの直列回路がある。コンデンサーとコイルは電源の周波数 f で直列共振している。このとき、コイルの両端の電圧の実効値 V_{Le} [V] は、 C を用いずに表すと

$$V_{Le} = \text{ (5・2) }$$

となる。一方、コンデンサーの両端の電圧の実効値 V_{Ce} [V] は、 C を用いずに表すと

$$V_{Ce} = \text{ (5・3) }$$

である。また、この回路における消費電力 P_1 [W] は

$$P_1 = \text{ (5・4) }$$

である。

III) 図 5(c) は抵抗値が $R[\Omega]$ の抵抗と変圧器の 1 次巻き線を直列に接続した回路である。変圧器の 1 次側の巻き数は n_1 , 2 次側の巻き数は n_2 であり, 変圧器における電力損失は無視できる。このとき, 変圧器の 2 次側の抵抗値が $R_0[\Omega]$ の抵抗が消費する電力 $P_2[\text{W}]$ は

$$P_2 = \boxed{\quad (5 \cdot 5) \quad}$$

である。

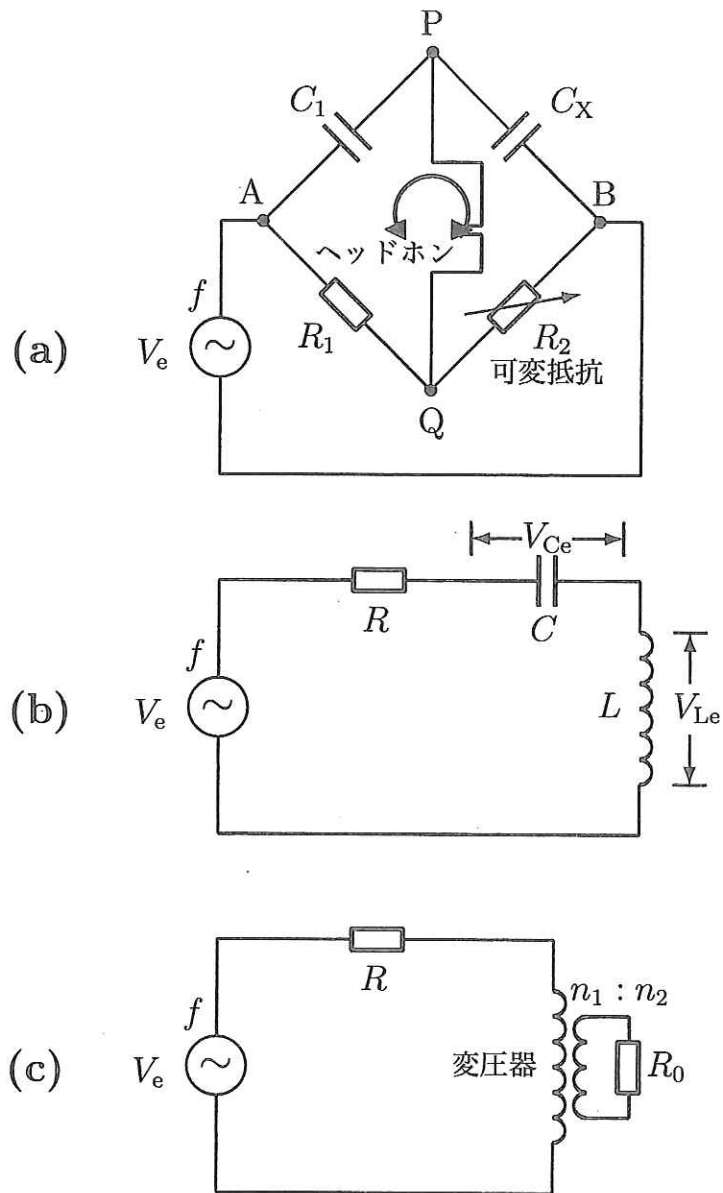


図 5