

平成 26 年度  
医学科一般入試(前期日程)問題

数 学

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 2 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。  
ただし解答欄が不足する場合は、下書き欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入試センター試験受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は 120 分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

# 数 学

(各問 50 点)

1

さいころを  $n$  回 ( $n \geq 1$ ) 投げて、出た目の最小公倍数を  $l$  とするとき、次の確率を求めよ。

(1) 2 と 3 の少なくとも一方が一度も出ない確率

(2)  $l$  が素数となる確率

(3)  $l$  が出た目の一つに等しい確率

2

OA = BC, OB = CA, OC = AB である四面体 OABC を考える。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とする。 $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  は、ベクトル  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$  を用いて  $\vec{a} = \vec{y} + \vec{z}$ ,  $\vec{b} = \vec{z} + \vec{x}$ ,  $\vec{c} = \vec{x} + \vec{y}$  と表されている。

(1)  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。

(2) 内積  $\vec{x} \cdot \vec{y}$ ,  $\vec{y} \cdot \vec{z}$ ,  $\vec{z} \cdot \vec{x}$  を求めよ。

(3) 点 P が 4 点 O, A, B, C から等距離にあるとき、 $\overrightarrow{OP}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。さらに長さ OP を OA, OB, OC を用いて表せ。

(4) 点 O, A, B の座標がそれぞれ(0, 0, 0), (0, 2, 2), (0, 3, 0) であるとき、点 C の座標をすべて求めよ。

**3**  $f(x) = \frac{\sin x}{e^x}, g(x) = \frac{\cos x}{e^x}$  とする。

- (1) 関数  $f(x)$  の第4次までの導関数を求めよ。
- (2)  $0 \leq x \leq 2\pi$  の範囲において、2つの曲線  $y = f(x), y = g(x)$  の概形をかけ。
- (3)  $x \geq 0$  の範囲において、2つの曲線  $y = f(x), y = g(x)$  の交点を  $x$  座標の小さい順に  $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$  とするとき、 $P_n$  の座標を求めよ。
- (4)  $P_n$  の  $x$  座標を  $a_n$  とする。 $a_n \leq x \leq a_{n+1}$  の範囲において、2つの曲線  $y = f(x), y = g(x)$  で囲まれた部分の面積を  $S_n$  とする。 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  を求めよ。

**4** 関数  $f(x)$  は導関数  $f'(x)$  および第2次導関数  $f''(x)$  をもち、区間  $0 \leq x \leq 1$  において、

$$f(x) > 0, \quad \{f'(x)\}^2 \leq f(x)f''(x) \leq 2\{f'(x)\}^2$$

を満たしている。 $f(0) = a, f(1) = b$  とするとき、次の不等式を示せ。

$$(1) \quad f\left(\frac{1}{2}\right) \leqq \frac{a+b}{2}$$

$$(2) \quad f\left(\frac{1}{3}\right) \leqq \sqrt[3]{a^2b}$$

$$(3) \quad f\left(\frac{1}{4}\right) \geqq \frac{4ab}{a+3b}$$

$$(4) \quad \int_0^1 f(x) dx \leqq \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}\sqrt{ab} + \frac{1}{4}b$$