前期日程

医学部医学科試験問題

# 数　　学

## 注　　意

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は１ページから３ページにわたっています。解答用紙は３枚，計算用紙は１枚で，問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し，不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が１か所と受験番号を書く欄が２か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際，解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は，評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は，評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子，計算用紙は持ち帰って下さい。

$\boxed{1}$ 自然数 $n$ に対して，$f_n(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{dt}{(t^2+1)^n}$ とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $f_1(1)$ を求めよ。

(2) $g(x) = f_1\left(\dfrac{1}{x}\right)$ とおく。$g'(x)$ を求め，$x > 0$ のとき

$$f_1(x) + g(x) = \frac{\pi}{2}$$

が成り立つことを示せ。

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f_1(x)$ を求めよ。

(4) 部分積分法を用いて，

$$f_n(x) = \frac{x}{(x^2+1)^n} + 2nf_n(x) - 2nf_{n+1}(x)$$

が成り立つことを示せ。

(5) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f_n(x) = \frac{{}_{2n-3}\mathrm{C}_{n-1}}{2^{2n-2}}\pi$ $(n \geqq 2)$ であることを示せ。ただし，${}_m\mathrm{C}_k = \dfrac{m!}{(m-k)!\,k!}$ とする。

（解答用紙は，$\boxed{1}$ を使用せよ）

$\boxed{医\ 1}$

$\boxed{2}$　微分可能な関数 $f(x)$ と2つの定数 $p$, $q$ が次の条件を満たすとする。

「すべての実数 $x$, $y$ に対して, $f(x+y)=pf(x)+qf(y)$ が成り立つ」

このとき，次の問いに答えよ。

(1) $f(0) \fallingdotseq 0$ とする。

(a) $p+q=1$ であることを示せ。

(b) $f(x)$ は定数関数であることを示せ。

(2) $f(0)=0$ で $f(x)$ が定数関数でないとする。

(a) $p=1$ であることを示せ。

(b) $a=f'(0)$ とするとき，$f(x)$ を $a$ を用いて表せ。

（解答用紙は，$\boxed{2}$ を使用せよ）

医 2



◇M9 (238—49)

$\boxed{3}$ 実数 $a$，$b$，$c$（$b \neq 0$）に対して，次の問いに答えよ。

(1) 2 次方程式 $x^2-(a+c)x+ac-b^2=0$ は異なる 2 つの実数解をもつことを示せ。

(2) (1) の 2 つの実数解を $\alpha$，$\beta$（$\alpha<\beta$）とする。$x$ についての恒等式

$$(x+p)(x-\alpha)-(x+q)(x-\beta)=1$$

が成り立つとき，定数 $p$，$q$ を $\alpha$，$\beta$ を用いて表せ。

(3) 2 次の正方行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ と (2) の $\alpha$，$p$ に対して，$B=(A+pE)(A-\alpha E)$ とおく。このとき，$B^2=B$ であることを示せ。ただし，$E$ は 2 次の単位行列である。

（解答用紙は，$\boxed{3}$ を使用せよ）

医 3