数　学

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始の指示があったら，すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し，受験番号を「答案用紙」の７枚すべてに記入してください。
   - 問題　　　　　　　　　　　　　　　　　　１枚
   - 答案用紙　（数学その１）～（数学その７）　各１枚　計７枚
   - 計算用紙　（その１）～（その４）　　　　　各１枚　計４枚

   （この「注意事項」は「計算用紙（その４）」のうら面に印刷されています。）
3. 「問題」１枚と「答案用紙」７枚および「計算用紙」４枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 解答は各答案用紙の指定された場所に書いてください。（数学その１）ではおもて面に解答し，（数学その１）以外では，うら面を使用する場合はその旨を記してください。
5. 「問題」１枚および「計算用紙」４枚は草案として使用してもかまいませんが，採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。
6. 試験終了後，「答案用紙」７枚はすべて回収します。上から（数学その１），（数学その２），…，（数学その７）の順に，おもて面を上にして，ひろげた状態で用紙の上下をそろえて７枚重ねてください。
7. すべての確認作業が終了するまで着席していてください。

平成26年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 $\boxed{\quad ア \quad}$ から $\boxed{\quad キ \quad}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) a を x, y によらない定数として直線 $(x-y-2)+a(2x+y-5)=0$ を l_a とする。a の値によらずに直線 l_a が通る定点の座標は $\boxed{\quad ア \quad}$ である。x 軸，l_a，$y=x$ の 3 直線が三角形を作らない a の値は 3 個あるが，このうち最小の値は $\boxed{\quad イ \quad}$ である。

(2) 座標平面上に 3 点 $\mathrm{A}(3,4), \mathrm{B}(5,0), \mathrm{C}(4,4)$ がある。線分 AB の垂直二等分線を l とする。直線 l について点 C と対称な点を $\mathrm{D}(p,q)$ とすると，$(p,q)=$ $\boxed{\quad ウ \quad}$ である。また，行列 M が $M\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$，$M\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$ を満たすとき，$M=$ $\boxed{\quad エ \quad}$ である。

(3) 曲線 $y=e^{-x^2}$ と直線 $y=a\ (0<a<1)$ で囲まれた図形を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 $V(a)$ は $\boxed{\quad オ \quad}$ である。

(4) 整式 x^{2014} を整式 $x^4+x^3+x^2+x+1$ で割った余りは $\boxed{\quad カ \quad}$ である。

(5) $|c|<1$ となる定数 c に対して，条件 $a_1=1,\ a_{n+1}=(1+c^{2^n})a_n\ \ (n=1,2,3,\cdots)$ で数列 $\{a_n\}$ を定める。このとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n=$ $\boxed{\quad キ \quad}$ である。

2 2 人のプレーヤー A，B が最大 $2n$ 回のゲームからなる試合を行う。試合開始のとき両者の得点は 0 点とし，1 回のゲームに勝つと 1 点が得られる。どちらかが先に 3 点となった時点で試合終了となる。ただし，2 点対 2 点となったときは，それ以降は 2 点差となったときに試合終了とする。ゲームが $2n$ 回に達したときも試合終了とする。各ゲームでは A が確率 p で，B が確率 $q=1-p$ で勝ち，以前のゲームが後のゲームに影響しないものとする。0 以上の整数 x, y に対し，A が x 点，B が y 点となる確率を $r(x,y)$ で表す。このとき，次の問いに答えよ。

(1) n を 2 以上の自然数とする。試合終了となる x, y について $r(x,y)$ を p, q で表せ。

(2) $p=\dfrac{1}{2}$ のとき，試合終了時のゲーム回数の期待値を e_n とする。$\displaystyle\lim_{n\to\infty} e_n$ を求めよ。

3 2 次の単位行列と零行列をそれぞれ E, O とする。次の問いに答えよ。

(1) 2 次正方行列 $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ に対し，$t=a+d$，$\Delta=ad-bc$ とおく。$A^3=(t^2-\Delta)A-t\Delta E$ となることを示せ。

(2) 2 次正方行列 $X=\begin{pmatrix}0 & x_1\\ x_2 & 0\end{pmatrix}$，$Y=\begin{pmatrix}0 & y_1\\ y_2 & 0\end{pmatrix}$，$Z=\begin{pmatrix}0 & 1\\ z & 0\end{pmatrix}$ について，$X^3+Y^3=Z^3$，$X^3 \neq O$，$Y^3 \neq O$，$Z^3 \neq O$ となるような整数 x_1, x_2, y_1, y_2, z は存在するか。

4 a, b は正の実数とし，実数全体で定義された関数 $f(x)=ae^{-\frac{x}{2}}+be^{\frac{x}{2}}$ について答えよ。

(1) $y=f(x)$ の極値をとる x が $a \leqq x \leqq 2a$ の範囲にあるとする。b のとりうる値の範囲を a を用いて表し，そのような点 (a,b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ。ただし，図示する際にあらわれる関数について，増減，極値，グラフの凹凸，変曲点を調べよ。

(2) (1) で求めた ab 平面上の範囲のうちで，$t \leqq a \leqq 2t\ (t>0)$ を満たす部分の面積を $S(t)$ とする。$S(t)$ が最大になるときの t の値を求めよ。