

53 物理

1 ページから 6 ページ



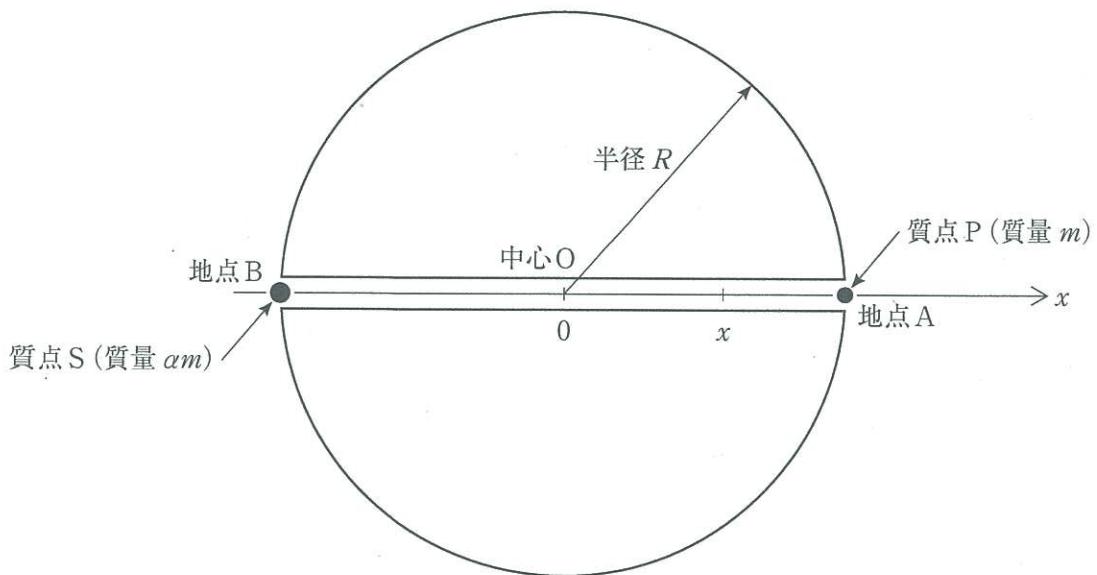
[I] 図に示すように、直線状の狭い通路が地球の中心Oを貫いている。通路の地表上の地点Aに質量 m の質点Pがある。他方、通路の反対側の地表上の地点Bに質量 αm の質点Sがある。通路に沿って座標軸を設定する。以下の設問に答えよ。ここで、地球は一様な密度をもち、各質点には地球の引力のみが作用するとする。また、通路の摩擦や空気の抵抗は無視できるものとする。地球の半径を R 、質量を M 、そして、万有引力定数を G とする。ここで、次の事実を使ってよい。「地球の中心Oから距離 r の位置に質点があるとき、この質点が地球から受けける力は、 r を半径とする球の内部の質量がその中心Oに集中している場合に生じる引力と同じである。」

- (1) 質点Pだけを静かに放した。
- (ア) 質点Pが座標 x の位置にあるとき、
- (a) Oを中心とする半径 $|x|$ の球の内部の質量を求めよ。
- (b) 質点Pに働く力を求めることにより、その運動がOを中心とする単振動となることを示せ。
- (イ) この単振動の角振動数 ω を求めよ。
- (ウ) 質点Pが地点Aから中心Oまで動くのに要する時間 τ を求めよ。
- (エ) 質点Pが座標 x の位置にあるとき、この質点がもつ位置エネルギーは $U = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ であることを示せ。ここで、中心Oを位置エネルギーの基準点とする。

以下の問いでは、必要に応じて、上の(イ)に記した ω を使用せよ。

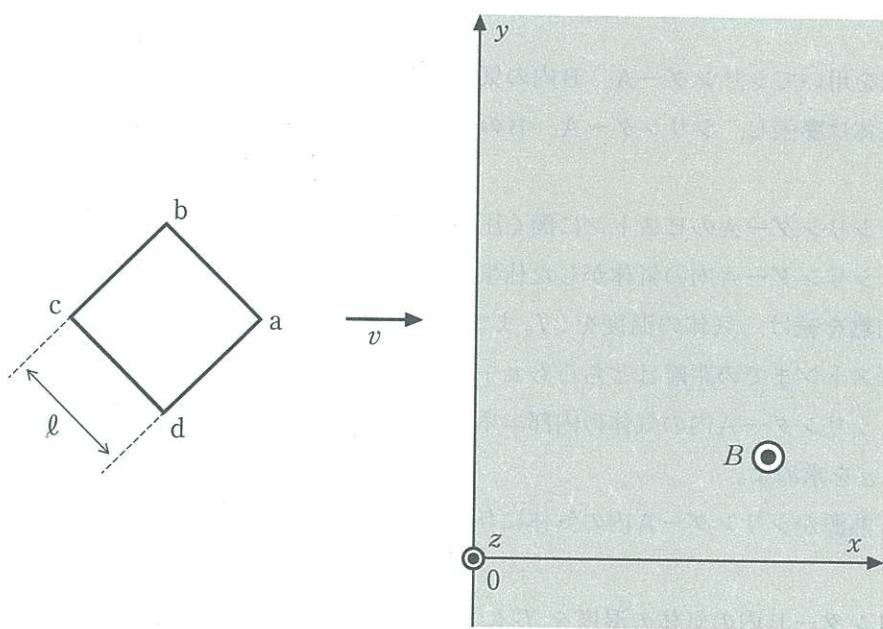
- (2) 質点Pおよび質点Sを同時に静かに放した。
- (ア) 2つの質点は通路内で衝突した。
- (a) この衝突は中心Oで起きる。その理由を述べよ。また、衝突直前の両者の速度 v_P および v_S を求めよ。
- (b) 衝突時の反発係数を e とするとき、衝突直後の両者の速度 v'_P および v'_S を求めよ。
- (c) 質点Sは衝突直後に停止した。このとき、 $\alpha = 2e + 1$ であること示せ。また、このときの速度 v'_P を求めよ。
- 以下の問いでは、上の(c)のような衝突が起きたあととの運動を扱っている。
- (イ) 質点Pはこの衝突のあと、地表上の地点Aにまで戻ることができた。このときの地点Aでの速度 v_0 を求めよ。また、このようなことが起きるために、 e が満たすべき条件を示せ。
- (ウ) 地点Aに達した質点Pは、地球からの引力の下で地表上 H の高さにまで達し、その後落下した。
- (a) R と e を用いて H を表せ。

- (b) $X = e^2$ および $Y = \frac{H}{R}$ とする。 X を横軸, Y を縦軸にとって, 適切な X の範囲に
対して, 両者の関係を実線でグラフに描け。
- (c) $e \geq e_1$ のとき, 質点 P は落下せず地球の引力から離脱して宇宙の果てに飛び去る。 e_1
を求めよ。
- (エ) 今, 仮に, 上の(ウ)の問い合わせにおいて, 地表での重力加速度の大きさが上空まで変わらず
一定であるとする。このときの質点 P の到達高さ H' を求め, これより, X と $Y (= \frac{H'}{R})$
の関係を, 上記(ウ)(b)のグラフに重ねて破線で描け。



[II] 図のように、 x , y , z 軸をとる。 x 軸と y 軸は紙面上にあり、 z 軸は紙面に垂直で裏から表に向いている。 $x \geq 0$ の領域に、 z 軸の正の向きに磁束密度 B の一様な磁場が加えられている。1 辺の長さが ℓ の正方形回路(1巻のコイル)abcd を xy 平面上に置き、対角線 ac を x 軸に平行に保ちながら、 xy 平面内で x 軸の正の向きに一定の速さ v で動かす。回路の抵抗を R とする。回路を流れる電流がつくる磁場は無視できる。頂点 a が y 軸を通過する時刻を $t = 0$ とする。以下の問題では、誘導起電力の大きさを計算するとき、時間 Δt は充分小さいとし、 $(t + \Delta t)^2 - t^2 \doteq 2t\Delta t$ の近似を用いよ。

- (1) 回路の頂点 a が y 軸を通過してから、対角線 bd が y 軸を通過するまでの、ある時刻 t における物理量について考える。
 - (ア) 回路を貫く磁束を求めよ。
 - (イ) 誘導起電力の大きさを求めよ。
 - (ウ) 回路を流れる電流の向きと大きさを求めよ。
 - (エ) 消費される電力を求めよ。
 - (オ) 回路が磁場から受ける力の向きと大きさを求めよ。
- (2) 回路の対角線 bd が y 軸を通過してから、頂点 c が y 軸を通過するまでの、ある時刻 t における物理量について考える。
 - (ア) 誘導起電力の大きさを求めよ。
 - (イ) 消費される電力を求めよ。
 - (ウ) 回路が磁場から受ける力の向きと大きさを求めよ。
- (3) 回路の頂点 a が y 軸を通過してから、頂点 c が y 軸を通過するまでについて考える。
 - (ア) 消費される電力の時間変化をグラフに描け。
 - (イ) この時間変化の特徴を述べよ。さらに、その特徴を示す理由を説明せよ。



[III] 図のように、断面積 S の 2 つのピストン付きシリンダー A, B を水平な床に固定する。2 つのピストンは熱を伝えない充分長いばねで結ばれ、なめらかに動くようになっている。また、各シリンダーには熱源が取付けられ、気体の温度を自由に変えられるようになっている。両方のシリンダーにそれぞれ n モルの单原子分子理想気体を封入し、圧力を大気圧 p_0 、温度を絶対温度 T_0 に保つと、シリンダーの底からピストンまでの距離は ℓ 、ばねは自然長になってつり合った。このばねのばね定数は $k = \frac{p_0 S}{\ell}$ であり、单原子分子理想気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ (R は気体定数) で与えられるとして、以下の問い合わせに答えよ。

- (1) シリンダーの底からピストンまでの距離 ℓ を求めよ。

以下、次のような 2 つの場合について考える。これ以降の問い合わせでは ℓ を用いてよい。

- (2) 热源を用いてシリンダー A, B 内の気体の温度を等しく保ったまま加熱した。

(ア) 気体は膨張し、シリンダー A, B の底からピストンまでの距離はどちらも $\ell + x$ となつた。

(a) シリンダー A 内の気体の圧力 p はいくらか。 x を含んだ式で表せ。

(b) シリンダー A 内の気体がした仕事 W はいくらか。 x を含んだ式で表せ。

(イ) 加熱を続け、気体の温度を $3T_0$ まで上昇させた。このとき、シリンダー A, B の底からピストンまでの距離はどちらも $\ell + a$ となつた。

(a) シリンダー A 内の気体の内部エネルギーの増加量 ΔU を求めよ。

(b) a を求めよ。

(c) 热源がシリンダー A 内の気体に与えた熱量 Q を求めよ。

- (3) シリンダー B 内の気体の温度を T_0 に保ったままシリンダー A 内の気体のみを加熱し、温度を $3T_0$ にした。シリンダー A 内の気体は膨張し、シリンダー A の底からピストンまでの距離は $\ell + b$ となつた。このときの b を求めよ。

