(H27 ―前医数 1-12)

受 験 番 号

平成27年度

入学試験問題

数　　学

注意：答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

第 1 問

原点を中心とした半径 1 の円に内接する正三角形 T_1 がある. T_1 の頂点の 1 つが A $(0, 1)$ であり, T_1 の残りの頂点のうち, x 座標が負の値である方を B とする. また, T_1 を原点に関して対称移動したものを T_2 とする.

(i) 直線 AB の方程式は, $\boxed{\quad (1) \quad}$ である.

(ii) 直線 AB と T_2 の辺との交点のうち, x 座標の値が大きい方の座標は $(x, y) =$ $\boxed{\quad (2) \quad}$ である.

(iii) T_1 と T_2 が重なる部分の面積は $\boxed{\quad (3) \quad}$ である.

第 2 問

曲線 $y = x^3 - 2x \cdots$ ① と直線 $y = x + k \cdots$ ② がある.

(i) k の範囲が $\boxed{\quad (4) \quad}$ のとき, 曲線 ① と 直線 ② は異なる 3 点を共有する.

(ii) $k > 0$ とする. 曲線 ① と直線 ② が異なる 2 点を共有するとき, 1 つは接点で, もう 1 つの共有点の x 座標は $\boxed{\quad (5) \quad}$ である.

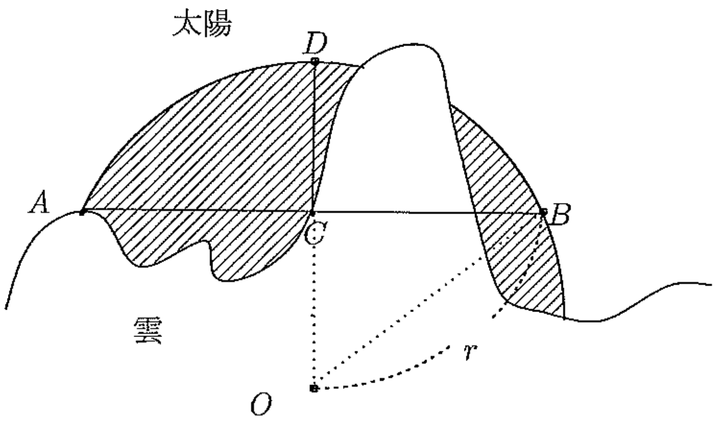
空白ページ

第 3 問

n を 3 以上の整数とする．$(x-1)^2P(x)+ax+b=x^n+x^{n-1}+\cdots+x+1$ が成り立っているとする．ただし $P(x)$ は x の整式とし，a, b は定数であるとする．この等式の左辺を微分すると $\boxed{\quad(6)\quad}$ である．このとき $(a, b)=\boxed{\quad(7)\quad}$ である．

第 4 問

下図のように太陽が雲間から見えた．観察された太陽を半径 r の円と仮定し，図のように見えた太陽の円周上の 2 点を A，B とし，線分 AB の中点を C，円周上に一点 D を線分 CD と AB が互いに直交するようにとる．AB $=a$, CD $=c$ とおくとき，r と a, c の関係を式で表わすと $\boxed{\quad(8)\quad}$ となる．このとき r の最小値を c を用いて表わすと，$\boxed{\quad(9)\quad}$ である．また $c<r$ の場合，観察された太陽の中心を O とする．この円を OD を通る直径を軸に回転させてできる球において AB を通り OD に垂直な平面で 2 つの図形に分けたとき，点 D を含む部分の体積を a, c を用いて表わすと $\boxed{\quad(10)\quad}$ である．



空白ページ

第 5 問

$n=1,2,3,\cdots$ に対して, 関数 $F_n(x)$ を

$$F_1(x)=\frac{1}{1+x} \quad , \qquad F_{n+1}(x)=\frac{1}{1+F_n(x)}$$

で定義する.

(i) $F_3(x)$ を求めると, $\boxed{\quad (11) \quad}$ である.

次に $n=1,2,3,\cdots$ に対して, 数列 $\{p_n\}$ を

$$p_1=1, \quad p_2=1, \quad p_{n+2}=p_{n+1}+p_n$$

で定義する.

(ii) $F_n(x)=\dfrac{a_n+b_nx}{c_n+d_nx}$ で与えられるとき, $n \geqq 2$ に対して a_n, b_n, c_n, d_n を数列 $\{p_n\}$ を用いて表すと $(a_n, b_n, c_n, d_n)=\boxed{\quad (12) \quad}$ である.

(iii) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{p_{n+1}}{p_n}$ が存在することを用いて $\displaystyle\lim_{n\to\infty}F_n(0)$ の値を求めると $\boxed{\quad (13) \quad}$ である.