

# 理 科

<監督者の指示があるまで開いてはいけない>

1. 出願時に選択した2科目について、解答を別紙の解答用紙に記入しなさい。
2. 選択していない科目の解答用紙は問題配布後に回収します。
3. 試験開始後、まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
4. 試験開始後、速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。  
落丁や乱丁があった場合は、手を挙げなさい。
5. 下書きや計算は問題冊子の余白を利用しなさい。
6. 記入中でない解答用紙は必ず裏返しにしておきなさい。
7. 問題冊子は各科目の試験終了後、持ち帰ってもよい。  
ただし、試験途中では持ち出してはいけない。

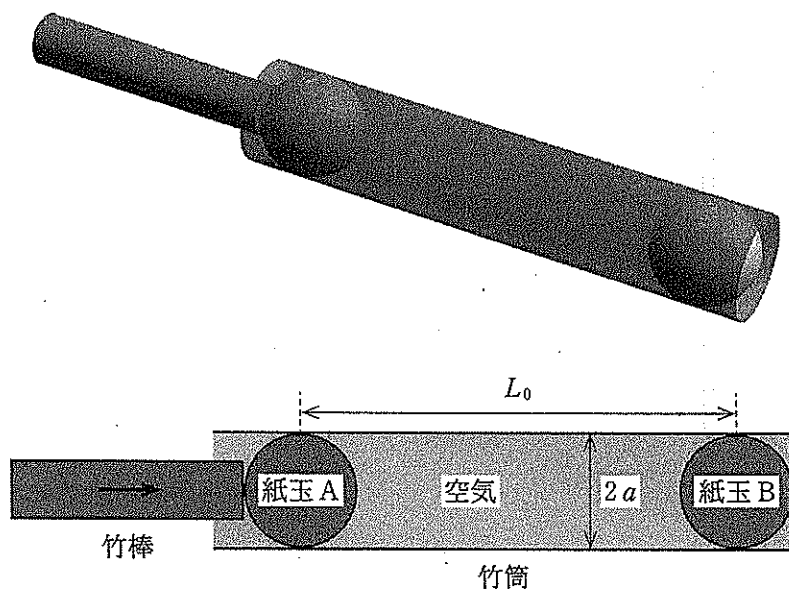
## 問 題 目 次

物 理	1 ~ 7	ページ
化 学	8 ~ 17	ページ
生 物	18 ~ 28	ページ

## 物 理

1. 紙玉鉄砲という竹の筒から紙で作った玉を打ち出す玩具がある。紙玉鉄砲は、竹から細長い円筒を切り出したものをシリンダーとし、その両端に水で濡らし、丸めた紙(吸水性の良い新聞紙など)を詰める。シリンダーの内径よりやや細い竹の棒で手元側に詰めた紙玉(紙玉 A)を押し、ピストンとする。ピストンをある程度押し込んだところで、内部の空気圧のために先端に詰めた紙玉(紙玉 B)が弾き出され、飛んで行く。

紙玉鉄砲の動作原理、性能の向上について以下のように単純化した模型で考える。竹筒および紙玉の半径を  $a$ 、2つ紙玉を詰めたときの紙玉の中心間の距離を  $L_0$  とする。紙玉の質量を  $m$ 、紙玉と竹筒の間の静止摩擦係数を  $\mu$ 、動摩擦係数を  $\mu'$  とする。空気は理想気体とみなせるものとし、初めの状態では空気の圧力および温度はそれぞれ  $P_0$ 、 $T_0$  であったとする。紙玉と竹筒の間から空気の漏れはないものとして、以下の問いに答えなさい。



図

- 問 1. 初めの状態で2つの紙玉にはさまれたシリンダ内の空気の体積を求めなさい。  
 問 2. 竹棒を押し、紙玉 A を押し込むとき、空気の圧力  $P$  と体積  $V$  が

$$PV^\gamma = \text{一定}$$

の関係を満たすとする。ここで、 $\gamma$  は定数である。

- (1)  $\gamma = 0$  のとき、気体の状態変化は何変化か。
- (2)  $\gamma = 1$  のとき、気体の状態変化は何変化か。
- (3) 2つの紙玉の中心間の距離が  $L$  になったとき、空気の圧力と温度を求めなさい。

- 問 3. 2つの紙玉の中心間の距離が $L'$ になったとき、先端の紙玉Bが動き始めたとする、紙玉Bが竹筒から受けている垂直抗力の大きさ $N$ を求めなさい。
- 問 4. 紙玉Bが動き始めてから竹筒から受ける摩擦力を求めなさい。
- 問 5. 紙玉Bが飛び出すまでの移動距離、(すなわち、紙玉の半径 $a$ )は $L_0$ に比べて十分小さく、この間の空気の圧力の変化を無視する。このとき、紙玉Bの加速度を $N$ を用いて表しなさい。
- 問 6. 紙玉Bが竹筒から飛び出すときの速さを $N$ を用いて表しなさい。
- 問 7. 以上のことから、より紙玉を遠くに飛ばせる紙玉鉄砲の設計と使い方に関し、摩擦係数、竹筒の半径、玉の詰め方、ピストンの押し方の4点、それぞれについて簡潔に記述しなさい。

2. 棒状の電極 A と円筒容器型の電極 B とからなる図 1 のような装置がある。A は B の中に挿入され、絶縁体 D により固定されている。絶縁体 D は非常に大きな電気抵抗の物質でできているが、A と B の間にわずかに漏れ電流が発生する。容器内は真空中に保たれている。電極 A の先端に放射性物質 ( $\beta$  線源) が付いていて、放射される電子 (電気量  $-e$ ) は全て電極 B に吸収される。それにともない A の帯電量が增加していくが、同時に、絶縁体 D を通って A から B へ流れる電流も増加していく。

A と B で構成されるコンデンサーの容量を  $C$ 、A から B へ流れる電流に対する D の電気抵抗を  $R$ 、 $\beta$  線源が単位時間あたりに放射する電子数を  $N$  とする。 $\beta$  線源の半減期は十分長く、 $N$  は一定とみなしてよいものとする。

時刻  $t$  の A の帯電量を  $Q$ 、D を A から B へ流れる電流を  $I$  として以下の問いに答えなさい。必要であれば  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  を用いよ。

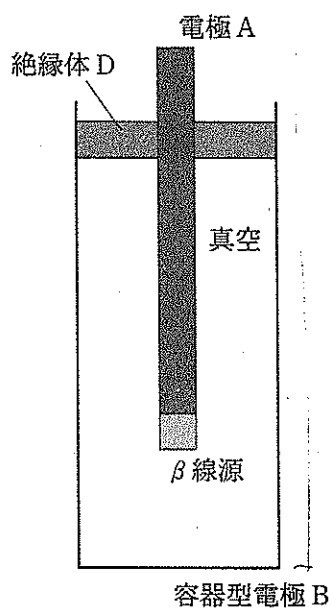


図 1

- 問 1.  $Q$  の時間的変化率  $\Delta Q/\Delta t$  を与える式を  $N$ ,  $e$ ,  $I$  を用いて表しなさい。
- 問 2.  $Q$  と  $I$  との関係を示す式を、 $R$ ,  $C$  を用いて表しなさい。
- 問 3. 十分に時間が経った後、AB 間の電位差はある一定値  $V_0$  になっているとみなすことができる。 $V_0$  を  $R$ ,  $C$ ,  $N$ ,  $e$  のうち必要なものを用いて表しなさい。

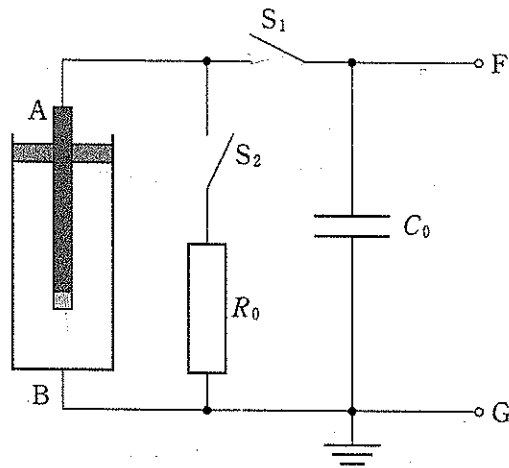


図 2

この装置の  $C$ ,  $R$ ,  $N$  の値を調べるために、図 2 のような回路に接続する。ただし、

$$C_0 = 4.0 \times 10^{-7} \text{ F}, R_0 = 2.0 \times 10^8 \Omega$$

である。次の 3 つの操作はいずれも、スイッチ  $S_1$ ,  $S_2$  を開いて、十分に時間が経ってから、また、電気容量  $C_0$  のコンデンサーを放電させてから開始する。各操作の終了後、ただちに端子  $G$  に対する端子  $F$  の電位を測定すると、次の表のような結果を得た。以下の問いに答えなさい。

操 作	操作後の端子 F の電位
I $S_1$ を閉じて十分に時間が経ってから開く	6.0 V
II $S_1$ を閉じてすぐに開く	2.0 V
III $S_1$ と $S_2$ を閉じて十分に時間が経ってから、 $S_1$ を開く	1.5 V

問 4.  $C$  の値を求めなさい。

問 5.  $R$  の値を求めなさい。

問 6.  $N$  の値を求めなさい。

3. 自然界にはカナブン、玉虫、モルフォチョウ、カワセミ、孔雀など、金属光沢をもつ鮮やかな色の生物がいる。この色は色素で発色しているわけではなく、表皮のキチン質<sup>1</sup>などの構造による光の干渉によるもので、構造色と呼ばれている。

日本に生息するあるカメムシの表皮の断面は電子顕微鏡画像(図1)のように、およそ20層の多層構造をしている。

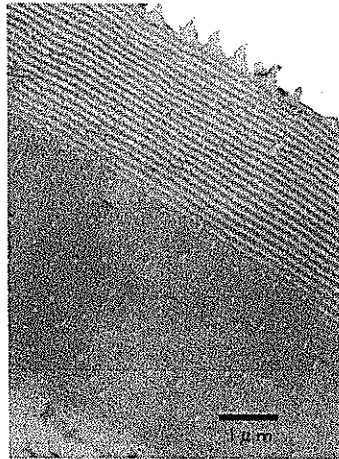


図1 カメムシの表皮の断面の電子顕微鏡画像  
(獨協医科大学宮本潔氏、小作明則氏提供)

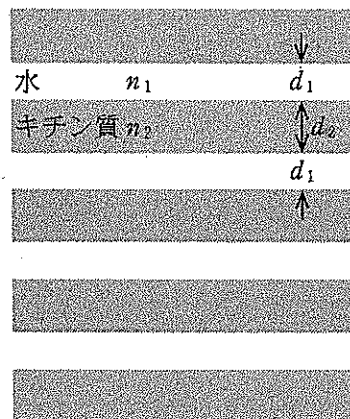


図2 カメムシの表皮の多層膜モデル

この多層構造を図2のようにキチン質の層と水の層の多層膜としてモデル化して、このカメムシが何色に見えるのかを考える。水の層の厚みを  $d_1$ 、屈折率を  $n_1$ 、キチン質の厚みを  $d_2$ 、屈折率を  $n_2$  ( $n_2 > n_1$ )として、まず、上下を水の層に挟まれたキチン質の薄膜での反射光について考える。

図3のように水の層からキチン質の層に入射角 $\theta_1$ で入射する平面波の光を考える。キチン質の層にあたった光の一部は表面で反射するが、残りは屈折してキチン質の層に入射する。

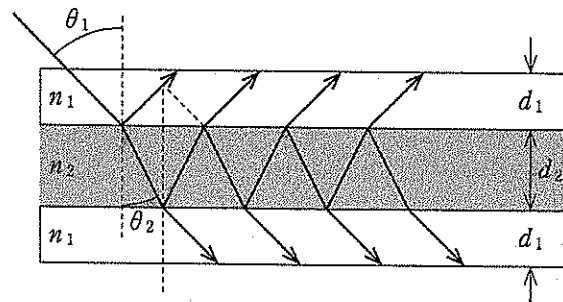


図3 薄膜による多重反射

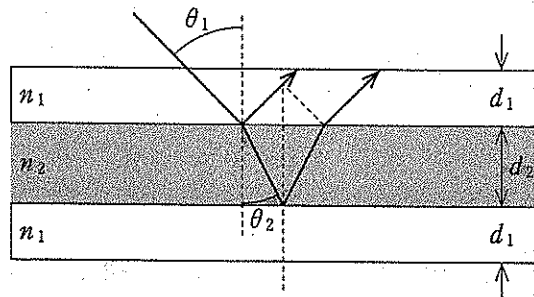


図4 薄膜による主要反射

キチン質の層内で光は直進し、キチン質の層と水の層の境界面で再び反射するものと屈折して透過するものとに分かれる。このようにキチン質の層内で反射と透過を繰り返す現象が起きる。

しかし、キチン質の層の上下端での反射率が低いときには、図4のようにキチン質の層の上端で反射される光とキチン質の層と水の層の境界面で反射する光の2つのみを考えればよい。以下の問いに答えなさい。ただし、考える光の真空(空気)中での波長を $\lambda$ とし、キチン質、水の屈折率の波長依存性は無視できるものとする。

†キチン質：節足動物や甲殻類の外皮など多くの無脊椎動物の体表を覆うクチクラなどの主成分である。

- 問 1. 図4において、屈折角 $\theta_2$ と入射角 $\theta_1$ の満たす関係式を屈折率 $n_1, n_2$ を用いて表しなさい。
- 問 2. 図4において、キチン質の層の上端で反射した光と下端で反射した光の光路差を求めなさい。
- 問 3. 図4において、キチン質の層の上下の端面で反射した2つの光が強め合う条件式を書きなさい。ただし、必要であれば自然数を $m$ と表しなさい。

問 4. キチン質の層と水の層を1組の層として取り出し(図5破線部分), キチン質の層から光が入射した場合を考える。キチン質の層の上面と水の層の下面で反射される光の光路差を求めなさい。

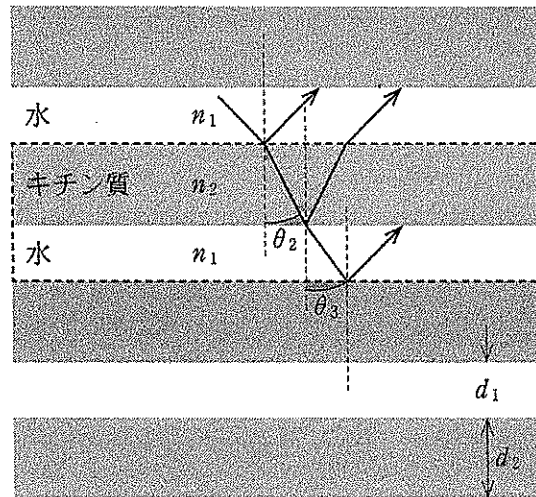


図5 多層膜による干渉

- 問 5. キチン質の層の上面と水の層下面で反射される光が強め合う条件式を書きなさい。ただし、必要であれば自然数を  $l$  と表しなさい。
- 問 6.  $n_1 = 1.33$ ,  $d_1 = 80.0 \text{ nm}$ ,  $n_2 = 1.58$ ,  $d_2 = 110 \text{ nm}$  として, 問 5 の条件から, 光が表皮に垂直に入射するとき, このカメムシは何色に見えるか。ただし, 光の色と波長の関係は以下のように与えられる。

波長 [nm]	380—430	430—490	490—550	550—590	590—640	640—770
色	紫	青	緑	黄	橙	赤

国立天文台編：平成 26 年理科年表(丸善, 2014 年)より