

数 学

(医 学 部)

— 2月2日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で、自然数の根号を含む場合には根号の中が最小の自然数となる形で書きなさい。

1 (1) 女子 8 人、男子 10 人のグループから女子 2 人、男子 3 人を選ぶ選び方は 通りある。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n) =$

(3) 正の実数 a に対してその整数部分を $[a]$ と表すことにする。

(i) $[x^2] = 4$ を満たす正の実数 x の範囲は である。

(ii) $[x] \times \left[\frac{5}{x} \right] = 3$ を満たす正の実数 x の範囲は である。

(4) 方程式 $\log_2(x-1) + \log_2(x+3) = 2 + 2\log_4 3$ の解は $x =$ である。

(5) $\int_0^\pi \sin^3 x \, dx =$

2 (1) 条件 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 2n + 1$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を次のようにして求める。

(i) $a_2 =$, $a_3 =$ である。

(ii) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおいた階差数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1 = \text{ウ}, b_{n+1} = \text{エ} b_n + \text{オ}$$

を満たす。

(iii) $c_n = b_n + 2$ とおくと数列 $\{c_n\}$ は初項 , 公比 の等比数列である。ゆえに $c_n =$ である。したがって $a_n =$ である。

(2) 条件 $a_1 = 0, a_{n+1} = 2a_n + n^2$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ である。

3 a は正の定数とする. 関数

$$f(x) = e^{ax}$$

について以下の問いに答えなさい.

- (1) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 (t, e^{at}) における接線 l の方程式は $y = \boxed{\text{ア}}$ である.
- (2) 接線 l が原点 $(0, 0)$ を通るとき $t = \boxed{\text{イ}}$ である. このとき曲線 $y=f(x)$ と接線 l , および y 軸で囲まれた図形を D とする. D の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ である.
- (3) 図形 D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\boxed{\text{エ}}$ である.
- (4) 関数 $y=f(x)$ の逆関数は $y = \boxed{\text{オ}}$ である.
- (5) $\int_1^e \log x \, dx = \boxed{\text{カ}}$, $\int_1^e (\log x)^2 \, dx = \boxed{\text{キ}}$
- (6) 図形 D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\boxed{\text{ク}}$ である.