

## 数 学

- 1) この問は解答欄に答を記入するだけでよい(理由・説明等は不要). 解答欄下の空白は計算あるいはメモとして使用してもよい.
- (1)  $2^{40} + 1 = mn$  ( $1 < m < n$ ) をみたす整数の組  $(m, n)$  は一組だけあることがわかっている. このとき,  $m$  の値を求めよ.
- (2)  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  の解が  $x = \alpha, \beta, \gamma$  であり,  $x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$  の解が  $x = \alpha^2, \beta^2, \gamma^2$  であるとき,  $B$  を  $a, b, c$  で表せ.

解答欄	(1) $m =$	(2) $B =$
-----	-----------	-----------

- 2) (1) 各桁の数が奇数だけからなる正の整数 (たとえば 1, 3, 17, 353, 799 など) を小さいほうから並べて,  $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5, \dots$  とおき, 数列  $\{a_n\}$  をつくる. このとき,  $a_{151}$  の値を求めよ.
- (2) 1 番から 1000 番までの 1000 枚の番号札がある. この 1000 枚の札から無作為に 2 枚選んだとき, 少なくとも 1 枚が上の数列  $a_n$  中に現れる数である確率を求めよ. 分数はなるべく約分して答えよ.

- 3)  $\sin x + \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$  のとき,  $\frac{1}{\sin^3 x} + \frac{1}{\cos^3 x}$  の値を求めよ. 数値は, 必要なら約分・有理化等によりできるだけ簡単化して答えよ.

- 4) (1)  $t$  の整式  $t^4$  を  $t+1$  で割ったときの商  $Q$  と余り  $R$  を下の空白で計算し, 解答欄に答を記入せよ.

(2)  $\int_0^{\log 2} \frac{e^{5x}}{e^x + 1} dx = \frac{p}{q} + \log \frac{r}{s}$  ( $p, q, r, s$  は整数で  $\frac{p}{q}, \frac{r}{s}$  は既約分数) である. 整数の組  $(p, q, r, s)$

を下の空白で計算し, 解答欄に答を記入せよ. ただし,  $e$  は自然対数の底とする. また,  $\log 2$  と  $\log \frac{r}{s}$  は, それぞれ  $2$  と  $\frac{r}{s}$  の自然対数とする. (ヒント: (1) を使う)

解答欄	(1) $Q =$	$R =$	(2) $(p, q, r, s) = ($	,	,	,	)
-----	-----------	-------	------------------------	---	---	---	---