

平成 28 年度入学者選抜学力検査問題

理 科

(医 学 部)

科 目	頁 数
物 理 基 礎・物 理	2 頁 ~ 5 頁
化 学 基 礎・化 学	7 頁 ~ 9 頁
生 物 基 礎・生 物	10 頁 ~ 16 頁

注 意 事 項 I

この冊子には物理、化学、生物の問題がのっている。そこから 2 科目を選択し、解答すること。

注 意 事 項 II

- 1 試験開始の合図があるまでこの問題冊子を開いてはいけない。
- 2 試験開始の合図のあとで問題冊子の頁数を確認すること。
- 3 解答にかかる前に必ず受験番号を解答用紙に記入すること。
- 4 解答は必ず解答用紙の所定の欄に記入すること。
所定の欄以外に記入したものは無効である。
- 5 問題冊子は持ち帰ってよい。

物理基礎・物理

1 図1のように、点Oを原点にとり、水平方向右向きに x 軸を、鉛直上向きに z 軸をとる。いま、時刻 $t=0$ において、原点Oから質量 m [kg]の小球を x 軸に対して投射角 θ [rad] ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)、初速度の大きさ v_0 [m/s]で、 xz 平面内に投射した。その後の小球の運動を考えよう。小球の大きさと小球に対する空気抵抗は無視できるものとし、重力加速度の大きさを g [m/s²]として、次の問いに答えよ。

問1 投射してからの時刻 t [s]における小球の速度の x 成分 v_x [m/s]と x 座標 x [m]を、 t 、 v_0 、 θ を用いて表せ。

問2 投射してからの時刻 t における小球の速度の z 成分 v_z [m/s]と z 座標 z [m]を、 t 、 g 、 v_0 、 θ を用いて表せ。

問3 問1、問2の結果の式から t を消去し、 z を、 g 、 x 、 v_0 、 θ を用いて表せ。この式は運動の軌跡を表す。

問4 問3で求めた運動の軌跡の式を、下に示す $\tan \theta$ に関する2次方程式に変形せよ。必要ならば、 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ を用いよ。 (1) と (2) に入る式を解答欄の(1)と(2)に、 g 、 x 、 z 、 v_0 から必要な記号を用いて表せ。ただし、 $x > 0$ とする。

$$\tan^2 \theta + \boxed{(1)} \tan \theta + \boxed{(2)} = 0$$

ところで、図2のように、初速度の大きさ v_0 が一定の場合、小球の届かない領域Iがある。また、2通りの投射角 θ で届く領域II(斜線の領域)がある。領域IIにある点Aの座標を(X [m], Z [m])とする。

問5 問4の結果を用いて、小球が点A(X , Z)を通る2つの投射角 θ_1 [rad]と θ_2 [rad]について、 $\tan \theta_1$ と $\tan \theta_2$ ($\tan \theta_1 > \tan \theta_2$ とする)を、 g 、 X 、 Z 、 v_0 を用いて表せ。

図2のように、領域IとIIの間の境界線N上にある点Bを考える。境界線N上の点を通るような運動を引き起こす投射角 θ は1つである。点Bの座標を(u [m], w [m])として、次の問いに答えよ。

問6 w を、 g 、 u 、 v_0 を用いて表せ。

問 7 境界線 N と x 軸との交点 P の座標を $(u_0(\text{m}), 0)$ とする。さらに、境界線 N と z 軸との交点 Q の座標を $(0, w_0(\text{m}))$ とする。 u_0 と w_0 を、 g 、 v_0 を用いて表せ。また、この境界線 N に該当するものを下記から選んで、解答欄に番号で記せ。

- (1) 双曲線, (2) 円, (3) 楕円, (4) 放物線, (5) サイクロイド曲線

問 8 問 7 で求めた交点 P を通るための投射角 θ を求めよ。円周率 π を用いてよい。

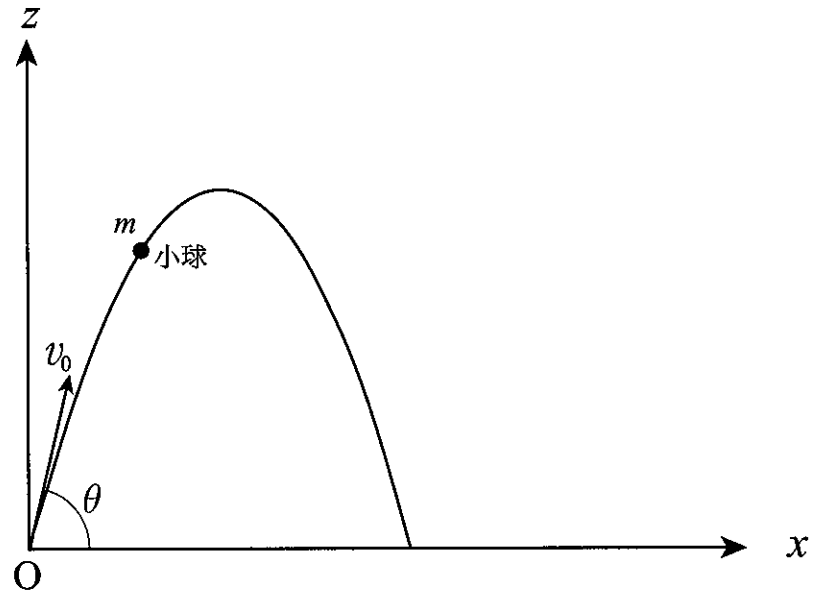


図 1

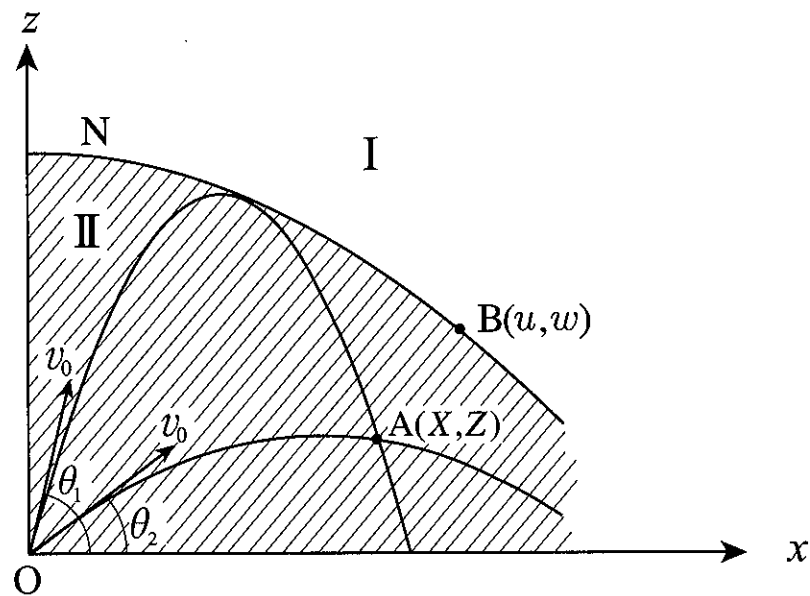


図 2

2 図3および図4のように、音源Sが発する振動数 f (Hz)の音波を、音源Sから距離 d (m)離れた点Cを中心として等速円運動する観測者Oが観測している。円運動の半径と角速度は、それぞれ r (m)、 ω [rad/s]で、音波の速さは V [m/s]である。観測者Oと音源S、点Cはすべて同一平面上にあり、音源Sや観測者Oの大きさは十分小さく無視できる。また、半径 r および距離 d は音波の波長より十分長く、観測者Oの速さ v (m/s)は V に比べて小さいものとする。

音源Sと観測者Oを結ぶ方向に対して観測者Oが斜めに動く場合のドップラー効果は、観測者Oの速度の \overrightarrow{OS} 方向の成分で、観測者Oが音源Sに向かって動く場合と等しい。これを利用して、以下の問いに答えよ。なお、円周率は π とする。

問1 観測者Oの速さ v を r 、 ω を用いて表せ。

はじめに、 $d > r$ の場合について考える(図3)。

問2 $\angle SCO$ の大きさを θ [rad]とする。観測者Oの観測する音波の振動数が最大となったときの $\cos \theta$ を、 d 、 r 、 f 、 V 、 v の中から必要な記号を用いて表せ。

問3 観測者Oが観測する音波の振動数の最大値 f_{\max} (Hz)と最小値 f_{\min} (Hz)を、 d 、 r 、 f 、 V 、 v の中から必要な記号を用いて表せ。

問4 $d = 2r$ のとき、観測者Oの観測する音波の振動数が、最大値から最小値に変化するまでに経過する時間 t (s)を、 r 、 f 、 V 、 ω の中から必要な記号を用いて表せ。

次に $d < r$ の場合について考える(図4)。

問5 $\angle CSO$ の大きさを ϕ [rad]とする。観測者Oの速度の \overrightarrow{OS} 方向の成分の大きさ(絶対値) v_{os} (m/s)を、 ϕ 、 d 、 r 、 f 、 V 、 v の中から必要な記号を用いて表せ。なお、必要なら、三角形の各辺の長さ a (m)、 b (m)、 c (m)と、それぞれの対角の角度 α [rad]、 β [rad]、 γ [rad]の間には、 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ の関係が成り立つこと(正弦定理)を用いてよい(図5)。

問6 $\angle SCO$ の大きさを θ [rad]とする。観測者Oの観測する音波の振動数が最大となったときの $\cos \theta$ を、 d 、 r 、 f 、 V 、 v の中から必要な記号を用いて表せ。

問7 観測者Oが観測する音波の振動数の最大値 f_{\max} (Hz)と最小値 f_{\min} (Hz)を、 d 、 r 、 f 、 V 、 v の中から必要な記号を用いて表せ。

問 8 観測者 O の観測した音波の振動数が、 $\frac{\pi}{3\omega}$ の時間で最大値から最小値に変化した。このときの距離 d を、 r, f, V, ω の中から必要な記号を用いて表せ。

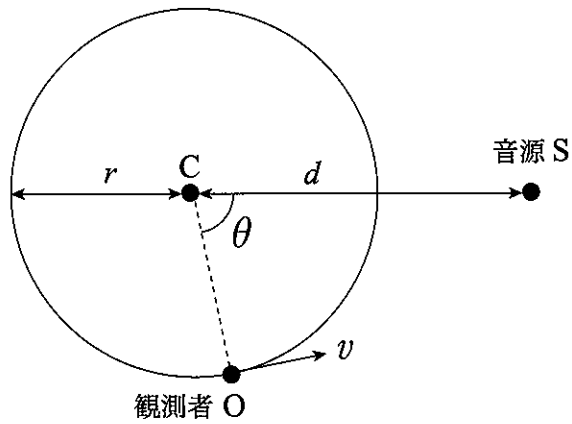


図 3

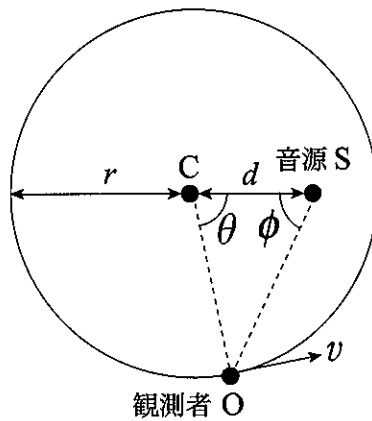


図 4

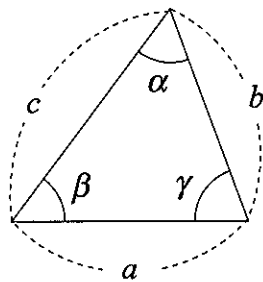


図 5