

# 入学試験問題(1次)

## 数 学

平成 28 年 1 月 25 日

9 時 00 分—10 時 20 分

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は、9 ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号上下 2 か所、氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については、次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受験番号					
------	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗りつぶせ。

1 整式  $2x^3 + ax^2 + bx - 4$  が、 $2x + 1$  および  $x - 4$  で割り切れるとき、 $|a - b|$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

2 関数  $y = 4^x + 4^{-x} - 2^{x+1} - 2^{1-x}$  は、 $x = a$  のとき最小値  $b$  をとる。  
 $|a + b|$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

3 実数  $m, n$  は、 $m + n = 17$  を満たす。 $2^m + 4^n$  を最小にする  $m, n$  の値をそれぞれ  $a, b$  とするとき、 $\left| \frac{96a}{35b} \right|$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

4  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$  で、 $6 \sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$  が成立しているとき、  
 $-13(\sin 2x + \cos 2x)$  の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

5 関数  $y = 4(\cos 2x - \cos x) + 7 \sin^2 x + 3 \cos^2 x$  について、最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  としたとき、 $|M - m|$  の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

6 整数  $n$  は、 $1 \leq n \leq 100$  を満たす。 $n$ 、 $n + 2$ 、 $n + 4$  がすべて素数となる整数  $n$  は、何個あるか。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

7 不等式  $2|x| + 3|y| \leq 30$  の表す領域における点の座標を  $(a, b)$  とする。  $a, b$  とともに整数となる点の個数を  $p$  としたとき、

$n < \frac{p}{100} < n + 1$  となる自然数  $n$  の値を求めよ。

- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | ナ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

8  $a, b, c, d, e, f$  はすべて自然数とする  $(a > b > c > d > e > f)$ 。

$a + f = b + e = c + d = 16$  を満たす  $a, b, c, d, e, f$  の組  $(a, b, c, d, e, f)$  の個数を  $N$  とする。  $\frac{N}{7}$  の値を求めよ。

- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | ナ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

9 複素数  $z$  は、  $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6 + z^7 + z^8 + z^9 = 0$  を満たす。

$\frac{|z - 2|^2 + |z + 2|^2}{5}$  の値を求めよ。

- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | ナ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

10 点  $z$  は複素数とする。点  $z$  は、原点  $O$  を中心とする半径  $1$  の円上を動く。

$w = \frac{6z-1}{2z-1}$  としたとき、 $|w|$  の最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とする。

$3(M-m)$  の値を求めよ。

- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

11 不等式  $\sqrt{ax+b} > x-2$  ( $a \neq 0$ ) を満たす  $x$  の範囲が、 $3 < x < 6$  となるとき、

$|a+b|$  の値を求めよ。

- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

12 円  $C: (x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$  と直線  $l: y = 2x - 7$  について考える。円  $C$  と

直線  $l$  は、異なる 2 つの点  $A, B$  で交わる。線分  $AB$  の長さを  $m$  とするとき、

$\sqrt{5}m$  の値を求めよ。

- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

13 原点  $O(0, 0)$ , 点  $A(6, 8)$ , 点  $B(21, 0)$  を頂点とする  $\triangle OAB$  について考える。 $\triangle OAB$  の内接円の中心の座標を  $(p, q)$  とする。 $\left| \frac{2p}{q} \right|$  の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

14 3つのベクトル  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  は,  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ,  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $|\vec{c}| = 7$  を満たす。 $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

15  $\triangle ABC$  において, 辺  $BC$  を  $1:2$  に内分する点を  $P$ , 辺  $CA$  を  $2:3$  に内分する点を  $Q$  とする。線分  $AP$  と線分  $BQ$  の交点を  $S$  とし, 直線  $CS$  と辺  $AB$  の交点を  $R$  とする。線分  $AR$  の長さが線分  $AB$  の長さの  $m$  倍となるとき,  $4m$  の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

16 数列  $\{a_n\}$  は、初項が 1、公比 2 の等比数列であるとする。  $S = \sum_{n=1}^{101} a_n$  としたとき、  $S + 1$  は、  $(30 + b)$  桁の整数になる。  $b$  の値を求めよ。

ただし、  $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

17 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とする。  $S_n = 5 - 2n - 2a_n$  であるとき、  $\left| \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \right|$  の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

18 7 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 を使用してできる全ての 4 桁の整数の個数を  $N$ 、その 4 桁の整数のうち、両端が奇数であるものの個数を  $M$  とする。  $\frac{N}{M}$  の値を求めよ。ただし、同じ数字は 2 度以上使わないものとする。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

19 1個のサイコロを28回続けて投げる反復試行において、5の目が  
 $r$ 回( $0 \leq r \leq 28$ )出る確率を $P(r)$ とする。 $P(r)$ を最大にする $r$ の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

20 初項1、公比 $x(1-x)$ の無限等比級数が収束するための $x$ のとりうる範囲は、  
 $a < x < b$ となる。5 $|a+b|$ の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9

21 関数 $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 + 2}$  ( $a \neq 0$ ) ( $a, b, c$ は実数)は、 $x = -2$ で極小値 $\frac{1}{2}$   
 をとり、 $x = 1$ で極大値2をとる。 $|a + b - c|$ の値を求めよ。

- ア 0      カ 1      サ 2      タ 3      ナ 4  
 ハ 5      マ 6      ヤ 7      ラ 8      ワ 9



22 関数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) と

関数  $g(x) = px^3 + qx^2 + rx + s$  ( $p \neq 0$ ) について考える

( $a, b, c, d, p, q, r, s$  は実数)。

$f(x) + 3g(x) = -x^2$ ,  $f'(x) + g'(x) = 2x^2 - 4$ ,  $g(0) = 1$  が全て成立しているとき,  $|2aq|$  の値を求めよ。

- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

23 曲線  $C_1 : y = x(x - a)(x - a - 1)$  と曲線  $C_2 : y = x(x - a)$  について考える。

$C_1$  と  $C_2$  で囲まれたすべての図形の面積を  $S_1$  とし,  $0 \leq x \leq a$  で  $C_1$  と

$C_2$  によって囲まれた図形の面積を  $S_2$  とする。  $\frac{S_1}{S_2} = 2$  となるとき,  $a$  の値を求めよ。ただし,  $a$  は正の実数とする。

- |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 0 | カ | 1 | サ | 2 | タ | 3 | チ | 4 |
| ハ | 5 | マ | 6 | ヤ | 7 | ラ | 8 | ワ | 9 |

24 曲線  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$  ( $1 \leq x \leq 2$ ) の長さを  $L$  とする。  $\frac{72}{59}L$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

25 定積分  $\frac{16}{\pi} \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |