

平成 28 年度

[数 学]

問 題 用 紙

試験時間	90分
問題用紙	1～6頁

注 意 事 項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても、または試験を放棄する場合でも、試験終了までは退場できない。
4. 机上には、受験票と筆記用具および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。
5. 筆記用具は鉛筆、シャープペンシル、消しゴムのみとする。
(コンパス、定規等は使用できない。)
6. 止むを得ず下敷を使用する場合は、監督者の許可を得ること。
7. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
8. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
9. この問題用紙の余白は草稿等に自由に用いてよい。
10. 耳栓の使用はできない。
11. 携帯電話等の電源は必ず切り、鞆の中にしまうこと。
12. 質問、用便、中途退室など用件のある場合は、無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
13. 受験中不正行為があった場合は、試験の一切を無効とし、試験終了時間まで別室で待機を命じる。
14. 退室時は、試験問題および解答用紙を裏返しにすること。
15. 試験終了後、この問題用紙は持ち帰ること。

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

[I] 次の各問いの答えのみを解答用紙に記せ。

問1 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = 1 + \sqrt{3}$, $BC = CD$, $DA = 2$, また $\angle DAB = 60^\circ$ である。四角形 ABCD の対角線の交点を P, $\angle BCD$ の二等分線と辺 AB との交点を Q, BD と CQ の交点を R とするとき、以下の各問いに答えよ。なお数値の分母は有理化すること。

- (1) 辺 BD の長さを求めよ。
- (2) $\angle ABD$ の大きさを求めよ。
- (3) 辺 BP の長さを求めよ。
- (4) 三角形 PQR の内接円の半径を求めよ。

問2 自然数 n に対して、 n を 3 で割った余りを a_n , n^2 を 3 で割った余りを b_n とするとき、以下の各問いに答えよ。

- (1) $\sum_{n=1}^{2016} (a_n + b_n)$ の値を求めよ。
- (2) $\sum_{n=1}^m (a_{n+2} + b_{n+1} + 2a_n) = 2016$ を満たす自然数 m の値を求めよ。

問3 O を原点とする座標平面上に、次のような双曲線 C と直線 ℓ_k (k は実数の定数) が与えられているとき、以下の各問いに答えよ。

$$C : \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = -1 \quad \ell_k : 3x - 4y + k = 0$$

- (1) C と ℓ_k が接するような k の値を求めよ。
- (2) C 上の点と直線 $\ell_0 : 3x - 4y = 0$ の距離の最小値を求めよ。

(計算用紙)

[II] 次の関数 $f(x)$ (ただし $x > 0$) に関する以下の各問いに答えよ。

$$f(x) = \int_1^x t(x-t+1)e^{-(x-t+1)^2} dt$$

問1 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

問2 関数 $g(x)$ を $g(x) = \frac{1}{2}(e^{-1} - e^{-x^2})$ とするとき、 $f(x)$ と $g(x)$ の $x > 0$ における大小関係を調べよ。

問3 問2の $g(x)$ に対して、傾きが $f'(x) - g'(x)$ の $x = \sqrt{2}$ における値に等しく、点 $(1, 0)$ を通る直線を考えることにより、不等式

$$0.115 < f(\sqrt{2}) < 0.165$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $0.367 < e^{-1} < 0.368$ 、 $0.135 < e^{-2} < 0.136$ であることは用いてよい。

(計算用紙)

[III] 座標平面上の 2 点 $P(t, t^2)$, $Q(t-5, t^2-4t+2)$ に対して, t が $1 \leq t \leq 3$ の範囲を動くとき, 以下の各問いに答えよ。

問 1 線分 PQ を表す直線の方程式および定義域を, t を用いて表せ (答えのみでよい)。

問 2 線分 PQ が通過する範囲 D を求め, 図示せよ。

(計算用紙)