

1 次の各問いについて、それぞれの解答群の中から最も適切なものを一つ選び、解答欄の記号にマークしなさい。クーロンの法則の比例定数を k [$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$] とする。

図1のように、無限に広い、接地された平板導体から h [m] 離れた位置に電気量 $+q$ [C] の点電荷があるときの電場について考える。点電荷を通り、導体板に下ろした垂線を x 軸として、導体板の位置を原点にとる。このような系では、導体板を取り去り、 $x = -h$ [m] の位置に電気量 $-q$ [C] の点電荷を置くと、 $x > 0$ の電場は導体板がある場合と全く同じになることが知られていて、これを「電気映像法」と呼ぶ。

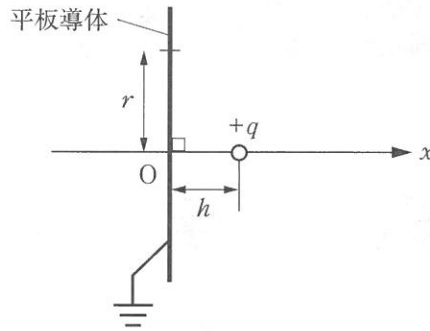


図1

- (1) 導体板には電気量 $+q$ の点電荷に誘導された電荷が存在する。導体板上の、原点からの距離 r [m] の位置の単位面積当たりの電気量 [C/m^2] を求めなさい。円周率を π とする。
- (2) 導体板に誘起された全電気量 [C] を求めなさい。

図2のように、無限に広い、接地された平板導体を直角に折り曲げて置き、図のように座標軸を取った。 $x = y = h$ [m] の位置に電気量 $+q$ [C] の点電荷を置いたときの電場について考える。

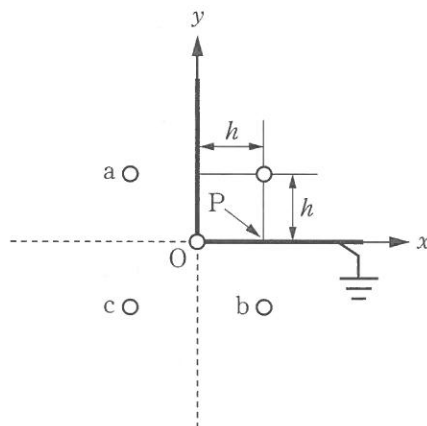


図2

- (3) 導体板を取り去り、いくつかの点電荷を電気量 $+q$ の点電荷から導体板に対して対称な点、 $a(-h, h)$, $b(h, -h)$, $c(-h, -h)$ または原点 O のいずれかに適切に配置すれば、 $x > 0, y > 0$ の電場は導体板がある場合と全く同じにすることができる。配置する電気量 [C] および位置の組み合わせを答えなさい。

(4) 電気量 $+q$ の点電荷から x 軸に下ろした垂線と導体板が交わる点 P の位置の電場の大きさ [V/m] を求めなさい。

図3のように、接地された半径 R [m] の導体球殻と、球殻の外側に電気量 $+q$ [C] の点電荷があるときの電場について考える。球殻の中心を原点に取り、 $+q$ の点電荷は x 軸上の $+h$ [m] ($h > 0$) の位置にあるものとする。

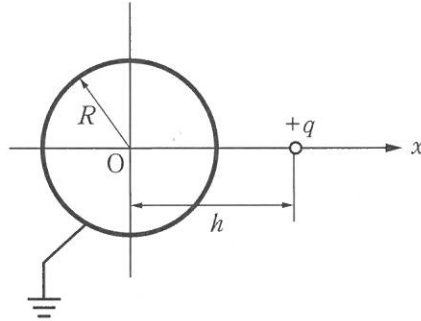


図 3

(5) 球殻外側の電場は、導体球殻を取り去り、ある大きさの点電荷を x 軸上のある位置に置けば再現できることが知られている。点電荷を置くべき x 軸上の位置 [m] を求めなさい。

[解答群]

(1) ア. $-\frac{q}{2\pi r^2}$ イ. $-\frac{q}{2\pi(h^2+r^2)}$ ウ. $-\frac{rq}{2\pi\sqrt{(h^2+r^2)^3}}$ エ. $-\frac{q}{2\pi r}$

オ. $-\frac{hq}{2\pi\sqrt{(h^2+r^2)^3}}$

(2) ア. 0 イ. $-2q$ ウ. $-\frac{khq}{\sqrt{(h^2+r^2)^3}}$ エ. $-\frac{2kq}{\sqrt{h^2+r^2}}$ オ. $-q$

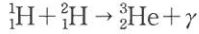
- (3) ア. 点 c に $-2q$, 点 O に $+q$
 イ. 点 c に $+q$, 点 O に $-2q$
 ウ. 点 a に $-\frac{q}{2}$, 点 b に $-\frac{q}{2}$
 エ. 点 a に $-q$, 点 b に $-q$, 点 O に $+q$
 オ. 点 a に $-q$, 点 b に $-q$, 点 c に $+q$

(4) ア. $\frac{2kq}{h^2}\left(1-\frac{1}{5\sqrt{5}}\right)$ イ. $\frac{2kq}{h^2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ ウ. $\frac{2kq}{h^2}\left(1+\frac{1}{5\sqrt{5}}\right)$ エ. $\frac{2kq}{h^2}\left(1+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

オ. $\frac{2kq}{h^2}$

(5) ア. $\frac{R^2}{h}$ イ. $-\frac{R^2}{h}$ ウ. $\frac{h^2}{R}$ エ. $-\frac{h^2}{R}$ オ. $\frac{Rh}{\sqrt{h^2+R^2}}$

2 太陽内での核融合の代表的な反応では、水素原子核 ${}^1_1\text{H}$ と重水素原子核 ${}^2_1\text{H}$ 、すなわち陽子と重陽子が核融合して、次の核反応式で表されるように、ヘリウム3原子核 ${}^3_2\text{He}$ と光子 γ に変わる。



陽子など核子どうしに働いて原子核を形成する力を核力というが、このような核融合を起こすには、水素と重水素の原子核間に働く電気力による斥力に打ち勝って、原子核どうしに核力がはたらく程度の距離 R [m] まで2つの原子核が接近する必要がある。そのためには、十分な運動エネルギーを原子核に与えなければならない。原子核を点粒子と考え、電気力 f [N] はクーロンの法則に従い、その比例定数を k [$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$] とする。原子核間の距離を r [m] とし、 f による位置エネルギー U [J] を、 r が無限大のときにゼロになるように定義する。また、原子核の速度は光の速度に比べて充分小さく、原子核の運動にはニュートンの運動の法則が適用できるとする。陽子の質量を m_1 [kg]、重陽子の質量を m_2 [kg] とし、次の文中の空欄 (1) ~ (5) について、それぞれの解答群の中から最も適切なものを一つ選び、解答欄の記号にマークしなさい。

最初に、図1のように陽子が x 軸上を右向きに速さ v_1 [m/s] で進み、電気力の影響を無視できる充分離れた位置に静止している重陽子に近づいて正面から衝突する場合を考える。陽子が重陽子に近づくと電気力 f により、静止していた重陽子は加速され、陽子は減速される。陽子の加速度の大きさを a_1 [m/s^2]、重陽子の加速度の大きさを a_2 [m/s^2] とすると、 x 軸上の右向きを正の向きにする時、(1) $\times (a_2 - a_1) = f$ が成り立つ。以降、(1) を μ [kg] で表す。 f による位置エネルギーは、陽子の電気量を e [C] とすると、 $U =$ (2) [J] である。陽子と重陽子の相対速度の大きさを v [m/s] とすると、原点から r 離れた質量 μ の点粒子が、クーロン力 f を受けながら速さ v で原点に近づく運動と同等になる。このことより、核反応が起こるために必要な陽子の最小の速さは、(3) [m/s] と求められる。



図1

次に、図2のように正面衝突後に核融合反応が起き、質量 M [kg] のヘリウム3原子核は、速さ V [m/s] で x 軸上左向きに放出され、光子は、速さ c [m/s] で x 軸上右向きに放出された。核融合反応では、核エネルギー Q [J] として質量欠損に相当する $Q =$ (4) [J] が放出される。運動量保存則と質量欠損を含むエネルギー保存則を用いると、核融合反応後に放出されるヘリウム3原子核の速さが $V \doteq$ (5) [m/s] と求まる。

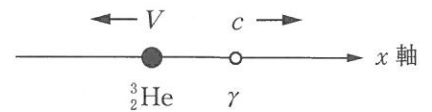


図2

ここで、 $m_1 v_1 \ll Mc$ 及び $Q \ll Mc^2$ が成り立ち、 $0 < x \ll 1$ に対して $\sqrt{1+x} \doteq 1 + \frac{1}{2}x$ と近似できることを用いた。

[解答群]

(1) ア. m_1+m_2 イ. m_2-m_1 ウ. $\frac{m_2-m_1}{2}$ エ. $\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$ オ. $\frac{m_1m_2}{m_2-m_1}$

(2) ア. $k\frac{e^2}{r}$ イ. $-k\frac{e^2}{r}$ ウ. $k\frac{e^2}{r^2}$ エ. $-k\frac{e^2}{r^2}$ オ. $-k\frac{e}{r}$

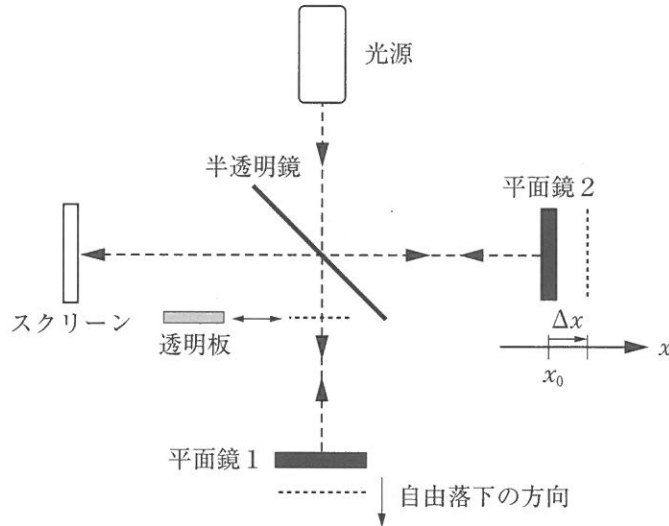
(3) ア. $\sqrt{\frac{ke^2}{R^2}}$ イ. $\sqrt{\frac{ke^2}{\mu R}}$ ウ. $\sqrt{\frac{ke^2}{\mu R^2}}$ エ. $\sqrt{\frac{2ke^2}{\mu R}}$ オ. $\sqrt{\frac{2ke^2}{\mu R^2}}$

(4) ア. $(m_2-m_1)c^2$ イ. $(m_1+m_2-M)c^2$ ウ. $(M-m_1-m_2)c^2$ エ. Mc^2
 オ. $(m_1+m_2)c^2$

(5) ア. $\frac{1}{2} \frac{m_1v_1^2+Q-m_1v_1c}{Mc}$ イ. $\frac{1}{2} \frac{2m_1v_1^2+Q-m_1v_1c}{Mc}$ ウ. $\frac{1}{2} \frac{m_1v_1^2+2Q-m_1v_1c}{Mc}$

エ. $\frac{1}{2} \frac{m_1v_1^2+Q-2m_1v_1c}{Mc}$ オ. $\frac{1}{2} \frac{m_1v_1^2+2Q-2m_1v_1c}{Mc}$

3 図のように、光源、半透明鏡、平面鏡、スクリーンが設置されている。光源からは波長 λ [m] の単色光が半透明鏡に向かって鉛直下方に照射され、半透明鏡では光線が2つに分かれる。一方の光線は半透明鏡を通過し、平面鏡1で反射し、さらに半透明鏡で反射した後にスクリーンに達する。他方の光線は、半透明鏡で反射し、さらに平面鏡2で反射し、半透明鏡を通過した後にスクリーンに達する。スクリーンでは2つの光線の干渉が観察される。平面鏡2は、鏡面が光線に対して垂直を保ったまま半透明鏡から遠ざかる方向 (x 軸方向) に平行移動できる。半透明鏡の厚さは無視でき、装置は真空中に置かれているとする。次の各問いについて、それぞれの解答群の中から最も適切なものを選び、解答欄の記号にマークしなさい。



- (1) 平面鏡2が x_0 [m] の位置にあるとき、2つの光線の光路差は無く、スクリーンにおいて光は強めあった。平面鏡2を x_0 から半透明鏡から遠ざかる方向に距離 Δx [m] だけ移動させる間に、光の強めあいが m 回観測された。このときの Δx を m, λ を用いて表しなさい。ただし、 m を整数として、光路差が無いときの強めあいの回数 m を $m = 0$ とする。
- (2) 平面鏡2が x_0 の位置にあるとき、半透明鏡と平面鏡1の間に、屈折率 n 、厚さ d [m] の透明板を光線に垂直に入れると光の強めあいが観測された。透明板での反射光は無視できるとする。透明板の厚さ d を N, n, λ を用いて表しなさい。ただし、 N を整数として、透明板を入れないときの強めあいの回数 N を $N = 0$ とする。
- (3) (2)において透明板の屈折率をゆっくりと連続的に大きくしていくと、スクリーンにおいて光は弱めあった後に再び強めあった。このとき増加した屈折率を d, λ を用いて表しなさい。
- (4) 透明板を光路から外し、平面鏡2を $x = x_0 + \lambda A \sin(\omega t)$ にしたがってゆっくり動かす。ここで t は時間 [s]、 ω は角速度 [rad/s]、 A は自然数である。平面鏡2が動き始めてから $\frac{2\pi}{\omega}$ [s] だけ時間が経過する間 $\left(0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}\right)$ に現れる強めあいの回数を求めなさい。ただし、円周率を π とする。
- (5) 平面鏡2を x_0 の位置に固定し、平面鏡1を初速度ゼロで自由落下させたところ、落下し始めてからの経過時間 t の間に M 回の光の強めあいが観測された。平面鏡1の向きは水平を保ったまま変わらないとする。このとき重力加速度の大きさを M, t, λ を用いて表しなさい。ただし、 M を整数として、 $t = 0$ のときの強めあいを $M = 0$ とする。

[解答群]

(1) ア. $\frac{m\lambda}{2}$ イ. $m\lambda$ ウ. $2m\lambda$ エ. $\frac{\lambda}{2m}$ オ. $\frac{2\lambda}{m}$ カ. $\frac{3\lambda}{2m}$ キ. $\frac{2\lambda}{3m}$

ク. $\frac{\lambda}{m}$

(2) ア. $\frac{N}{n-1}\lambda$ イ. $\frac{N}{n-1}\lambda+1$ ウ. $\frac{N}{2n}\lambda$ エ. $\frac{N}{2n}\lambda+1$ オ. $\frac{N}{2(n-1)}\lambda$

カ. $\frac{N}{2(n-1)}\lambda+1$ キ. $\frac{N}{n}\lambda$ ク. $\frac{N}{n}\lambda+1$

(3) ア. $\frac{\lambda}{d}$ イ. $\frac{\lambda}{d}+1$ ウ. $\frac{\lambda}{2d}$ エ. $\frac{\lambda}{2d}+1$ オ. $\frac{\lambda}{2(d-1)}$ カ. $\frac{\lambda}{2(d-1)}+1$

キ. $\frac{2\lambda}{d}$ ク. $\frac{2\lambda}{d}+1$

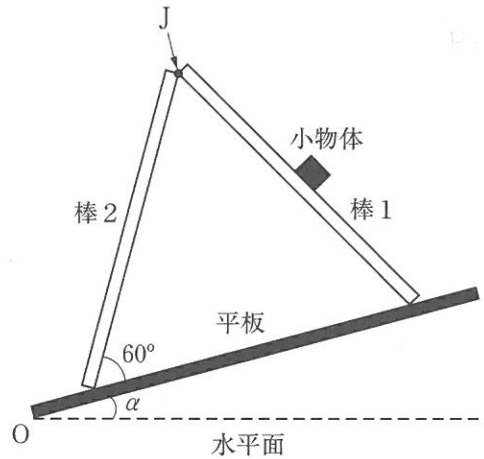
(4) ア. $4A-1$ イ. $4A+5$ ウ. $5A-1$ エ. $5A+1$ オ. $5A+2$ カ. $8A-1$

キ. $8A+1$ ク. $8A+2$

(5) ア. $\frac{(M-1)\lambda}{2t^2}$ イ. $\frac{M\lambda}{2t^2}$ ウ. $\frac{(M+1)\lambda}{2t^2}$ エ. $\frac{(M-1)\lambda}{t^2}$ オ. $\frac{M\lambda}{t^2}$

カ. $\frac{(M+1)\lambda}{t^2}$ キ. $\frac{2M\lambda}{t^2}$ ク. $\frac{2(M-1)\lambda}{t^2}$

4 図のように、支点 O を中心として水平面から α の角度で傾いている表面の粗い平板上に、長さが ℓ で質量が無視できる同じ形状の棒、棒 1 および棒 2 を上端の回転軸 J で結合して置いてある。棒は回転軸 J でなめらかに回転できる。棒 2 と平板との角度は 60° となっていて、棒 1 の回転軸 J から $\frac{\ell}{2}$ の位置に質量 m の小物体が固定されている。これらの棒には平板との接点で摩擦力が働き、棒 1 と平板との間の静止摩擦係数は棒 2 と平板との間の静止摩擦係数より小さいことがわかっている。棒の動きは鉛直面内のみであり、重力加速度の大きさを g とし、水平面から反時計回りの角度 α を正として次の各問いに答えなさい。



- (1) 棒 2 が平板から受ける摩擦力の大きさを求めなさい。
- (2) 角度 α をゆっくり減少させ、水平面からの角度 α を負にしたとき棒 2 が平板との接点で平板から受ける垂直抗力が 0 になった。このときの角度 α を求めなさい。
- (3) 次に、(2) の状態から角度 α を正方向へ増大させ、ある角度 α_c に到達したとき棒 1 が平板から受ける摩擦力の向きが逆になった。 $\tan \alpha_c$ の値を求めなさい。
- (4) さらに角度 α を増大させ 30° を超えたとき棒 1 が平板上を滑りだした。棒 1 と平板との間の静止摩擦係数を求めなさい。
- (5) α が 30° のとき、棒 1 が回転軸 J 点において棒 2 から受ける抗力の大きさを求めなさい。