

数 学

- 1) (1) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7}} = r + \sqrt{s}$ を満たす整数 r, s を求めよ.
- (2) $\sqrt{1 + \frac{4}{1+5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}}} = t^{\frac{1}{u}}$ を満たす整数 t, u を求めよ.

解答欄	(1) $r =$	$s =$	(2) $t =$	$u =$
-----	-----------	-------	-----------	-------

- 2) 1 番から 6000 番までの 6000 枚の番号札の中から、書かれた数 (番号) が 4 桁の整数で「 a, b, c, d をそれぞれ 1000 の位, 100 の位, 10 の位, 1 の位の数とするとき $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 5$ である」ような札だけを全部集めて入れた袋を考える. このとき以下の値 N, p, q を求めよ.
- (1) この袋の中に入っている札の枚数 N .
- (2) この袋の中から一枚の札を無作為に取り出すとき, 取り出した札に書かれた数が 5 の倍数になる確率 p .
- (3) この袋の中から一枚の札を無作為に取り出して札に書かれた数を確認する. 取り出した札を袋に戻し, 袋の中の札をよく混ぜあわせた上で, もう一度一枚の札を取り出す. このとき, 一回目に取り出した札に書かれた数より二回目の方が大きな数になる確率 q .

解答欄	(1) $N =$	(2) $p =$	(3) $q =$
-----	-----------	-----------	-----------

3) 実数 X に対し $Y \leq X < Y + 1$ を満たす整数 Y が定まる. この整数 Y を $[X]$ で表すとき

(1) $[\log_2 2016]$ の値を求めよ.

(2) すべての自然数 n に対して $\sum_{k=1}^{2^n-1} [\log_2 k] = 2^{n-2}F(n) + G$ がなりたつような x の多項式 $F(x)$ と定数 G を求めよ.

解答欄	(1) $[\log_2 2016] =$	(2) $F(x) =$	$G =$
-----	-----------------------	--------------	-------

4) $\alpha = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{1 + \sin x} dx$, $P(x) = x^3 + 2x^2 + 4$ と置くとき $\alpha = A + \sqrt{B}$ と $P(\alpha) = C + \sqrt{D}$ が成り立つような整数 A, B, C, D を求めよ.

解答欄	$A =$	$B =$	$C =$	$D =$
-----	-------	-------	-------	-------