平　成　29　年　度

（ページ数）
2 ページ

# 試験問題（記述式）――数　学

**（注意）** 解答はすべて別紙解答用紙の定められた欄に書くこと。

---

## 1　以下の問に答えよ。

⑴　三角形 ABC において，BC $= a$，AB $= c$，$a\cos A = c\cos C$ であるとする。このとき，ABC はどのような三角形か。

⑵　座標平面上に放物線 $C : y = x^2 - 2x - 3$，直線 $l_1$，$l_2$ がある。$l_1$，$l_2$ は点 $\mathrm{P_1}(-1,\ 0)$ を通るものとし，$C$ と $l_1$ の交点のうち $\mathrm{P_1}$ ではない方を $\mathrm{P_2}$，$C$ と $l_2$ の交点のうち $\mathrm{P_1}$ ではない方を $\mathrm{P_3}$ とする。線分 $\mathrm{P_1P_3}$ と $C$ で囲まれる図形の面積が線分 $\mathrm{P_1P_2}$ と $C$ で囲まれる図形の面積の 8 倍で，$\mathrm{P_3}$ の $x$ 座標から $\mathrm{P_2}$ の $x$ 座標を引いた値が 5 のとき，$\mathrm{P_3}$ の $y$ 座標は $\mathrm{P_2}$ の $y$ 座標の何倍か。

⑶　平面上にある $n$ 個の円は，どの円も他のすべての円と 2 つの交点をもち，3 つ以上の円は 1 点で交わらないように描かれているものとする。このとき，すべての交点の数を $a_n$ とする。$a_p - a_q = 140$，$p - q = 4$ であるとき，$p$ はいくらか。

## 2　以下の問に答えよ。

⑴　多項式 $f(x) = (x - \sqrt{c})^{2n+1}(x + \sqrt{c})^{2n}(x^2 + c)^{2n}$ の $x^k$ の係数を $a_k$ $(k = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 8n+1)$ とする。ここで $n$ は自然数，$c$ は正の実数とする。このとき，以下の問に答えよ。

(i)　$c = 4$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{8n+1} a_k$ はいくらか。

(ii)　$c = 2$，$n = 17$ のとき，$a_k$ が最大となる $k$ はいくらか。

⑵　長さ 1 km の区間を車が定速で走行するものとする。1 回目の走行では速度 $c$ km/h，2 回目の走行では速度 $2c$ km/h，3 回目の走行では速度 $3c$ km/h と $c$ km/h ずつ速度を上げていき，この区間を $2n$ 回走行する。ここで，$n$ は自然数，$c$ は正の定数である。1 回目から $n$ 回目までの走行にかかる時間の総和を $S_1$（時間），$n+1$ 回目から $2n$ 回目までの走行にかかる時間の総和を $S_2$（時間），奇数回目の走行にかかる時間の総和を $S_o$（時間），偶数回目の走行にかかる時間の総和を $S_e$（時間）とする。このとき，以下の問に答えよ。

(i)　$S_o - S_e$ を $S_2$ の関数で表せ。

(ii)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(S_o - S_e) = 1$ となる $c$ はいくらか。

**3** 500円，100円，50円の硬貨が１枚ずつある。１回目の試行で３枚の硬貨を投げ，表が出た硬貨をもらうことができる。２回目の試行では，残った硬貨を投げ，やはり表が出た硬貨をもらうことができる。３回目以降も同様とし，この試行を繰り返し，もらえる金額が600円以上になったらこの試行は終了するものとする。このとき，以下の問に答えよ。

⑴ １回目の試行で終わる確率，２回目の試行で終わる確率はそれぞれいくらか。

⑵ $k$ 回の試行以内で終わる確率を $k$ の関数として表せ（$k = 1, 2, 3, \cdots$）。

⑶ 上記の50円硬貨を100円硬貨に入れ替える。すなわち500円硬貨が１枚，100円硬貨が２枚あるときに，上記の試行を行う。このとき，$k$ 回の試行以内で終わる確率を $k$ の関数として表せ。

**4** 以下の問に答えよ。

⑴ 座標平面上に１辺の長さが８の正方形OABCを作る。Oは原点，Aは（8，0），Cは（0，8）とする。ある直線が辺OCとAB上を通り，OABCの面積を２等分するとき，この直線の傾きが取り得る範囲を求めよ。また，この条件を満たす直線が必ず通る点があれば，その座標を求めよ。

⑵ 座標平面上に１辺の長さが８の正三角形OABを作る。Oは原点，Bは（0，8），Aは第１象限にあるものとする。ある直線が辺OAとOB上を通り，△OABの面積を２等分するとき，この直線が△OAB上に取り得る範囲を図示せよ。