

訂正  
理科 物理

問題 P1

1. 11行目

誤

古典力学

正

ニュートンの運動の法則 (古典力学)

# 理 科

<監督者の指示があるまで開いてはいけない>

1. 出願時に選択した2科目について、解答を別紙の解答用紙に記入しなさい。
2. 選択していない科目の解答用紙は問題配布後に回収します。
3. 試験開始後、まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
4. 試験開始後、速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。  
落丁や乱丁があった場合は、手を挙げなさい。
5. 下書きや計算は問題冊子の余白を利用しなさい。
6. 記入中でない解答用紙は必ず裏返しにしておきなさい。
7. 問題冊子は試験終了後、持ち帰ってもよい。  
ただし、試験途中では持ち出してはいけない。

## 問 題 目 次

物 理	1 ~ 7	ページ
化 学	8 ~ 16	ページ
生 物	17 ~ 30	ページ

## 物 理

1. 半導体結晶の成長技術の進歩により、現在では、原子的に見て平らな2つの半導体の接合を作製できる。電子は接合境界近傍に閉じ込められ、境界に沿って広がる2次元の電子系が形成される。この半導体は電子を散乱する不純物をほとんど含まず、極低温では電子は $1\mu\text{m}$ 以上の距離を散乱されることなく運動することができる。また、微細加工の技術の進歩により、電子を色々な形の領域に閉じ込めることができるようになってきている。現在、市販されているコンピューターのプロセッサ(演算装置)の回路の線幅は $50\text{nm}$ 以下になっている。

極低温では決まったエネルギー(フェルミエネルギーという)を持つ電子のみが伝導に寄与する(電流として流れる)。フェルミエネルギーから決定されるド・ブロイ波長は閉じ込め領域のサイズの数十分の一程度であり、このような状況では電子の波動性、干渉性を無視することはできない。実際、半導体内の電子が波動性、干渉性を示すことを観測した実験も報告されている。しかし、このような状況でも多くの現象が古典力学で説明できることも分かっている。

以下では、運動エネルギー $E$ (位置エネルギーは考えない)の電子の2次元平面内の運動を考える。電子の電荷を $-e$ ( $e > 0$ )、質量を $m$ 、プランク定数を $h$ として、以下の問いに答えなさい。ただし、電子の閉じ込めは電子を完全に反射する障壁によるものとして扱い、障壁の表面では電子波の振幅は0となっているとする。

まず、十分長く、細い領域(量子細線と呼ぶ)に電子が閉じ込められている場合を考え、図1の左図のように、障壁を配置し、障壁に垂直に $x$ 軸を、障壁間の中心線に $y$ 軸をとる。

量子細線内では電子は波のように振る舞い、 $x$ 方向には定在波が形成されている。

問 1. 図 1 の右図のように、幅  $d$  の量子細線の両端のみに節を持つ電子波の  $x$  方向の定在波の波長を求めなさい。

問 2. 幅  $d$  の量子細線の  $x$  方向に両端の他に、 $n - 1$  個の節を持つ電子波 (以下、第  $n$  横モードと呼ぶ) の  $x$  方向の運動量  $p_{x,n}$  を全て求めなさい。  $x$  方向には定在波となっていることに注意すること。ただし、 $n$  は自然数である。

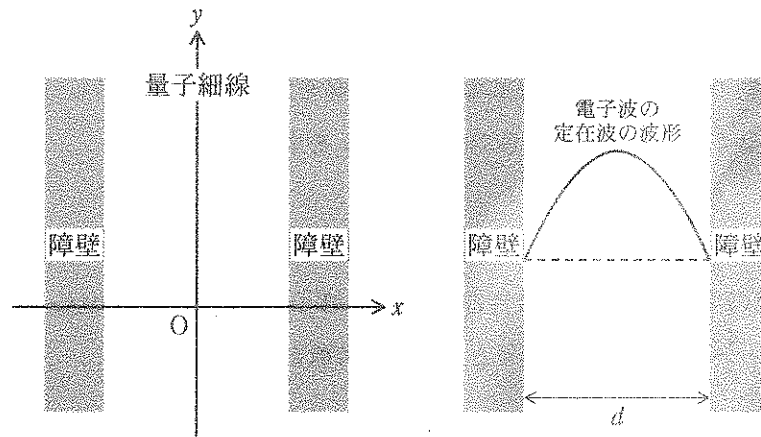


図 1 障壁の間に形成される量子細線と電子波の定在波の例

問 3. 第  $n$  横モードの電子波の  $y$  軸方向の運動量  $p_{y,n} (> 0)$  を、電子のエネルギー  $E$ 、 $n$  等を用いて表しなさい。

問 4. 量子細線内を  $y$  軸方向に伝播できる全ての横モードの指標  $n$  が満たす不等式を求めなさい。

問 5. 量子細線内を  $y$  軸正の向きに進む電子波に対応する質量  $m$  の粒子としての電子を考える。

$\left| \frac{p_{y,n}}{p_{x,n}} \right| = \frac{4}{3}$  として、原点  $O$  から出発する電子の軌道を解答欄の図に描きなさい。

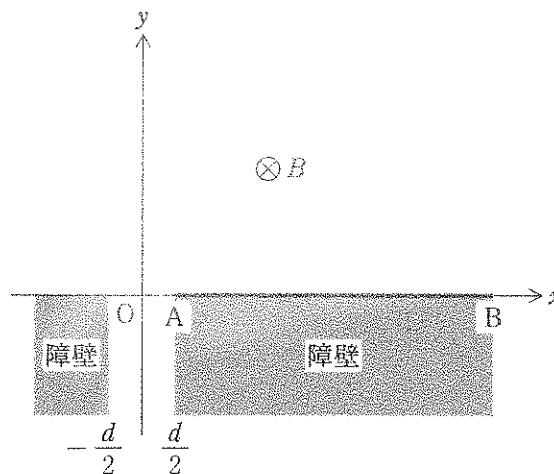


図 2 量子細線 ( $y \leq 0$ ) が接続された平面 ( $y > 0$ )

図2に示すような幅  $d$  の量子細線が接続された領域 ( $y > 0$ ) を考える。 $y > 0$  の領域には紙面表側から裏側に向かう向きに、磁束密度の大きさ  $B$  の一様な磁場が加えられている。以下の問いに答えなさい。

問 6.  $y > 0$  の領域内で磁場から電子が受ける力の大きさを電子のエネルギー  $E$  等を用いて表しなさい。

問 7. 量子細線から射出された電子は、 $y > 0$  の領域内において、障壁に衝突するまで円運動する。円運動の半径  $R$  を電子のエネルギー  $E$  等を用いて表しなさい。また、電子が障壁に衝突することなく円運動をするときの角振動数  $\omega$  を求めなさい。

問 8. 量子細線から原点  $O$  を通って  $y > 0$  の領域に射出された電子が壁の A-B に初めて衝突する位置までの全ての軌道を描きなさい。ただし、量子細線内の  $y, x$  方向の運動量の比を  $\left| \frac{p_{y,n}}{p_{x,n}} \right| = \frac{4}{3}$ 、半径  $R = \frac{5}{2}d$  とし、図の特徴を明示すること。

問 9. 量子細線から原点  $O$  を通って  $y > 0$  の領域に射出された電子が壁の A-B に初めて衝突する位置の  $x$  座標を  $p_{x,n}, p_{y,n}, d, e, B$  のうち必要なものを用いて表しなさい。

問10. 量子細線から  $p_{x,n}, p_{y,n}$  で射出された電子が壁の A-B に初めて衝突する範囲の幅を求めなさい。

問11. 量子細線から原点  $O$  を通って射出された電子が壁の A-B に  $l$  回目に衝突する位置の  $x$  座標を  $l, p_{x,n}, p_{y,n}, d, e, B$  のうち必要なものを用いて表しなさい。



2. 細胞膜はリン脂質を主要な成分とする脂質二重層と呼ばれる構造をもつ(図1)。リン脂質に導電性はなく、誘電体としての性質をもつ。細胞膜には、脂質の中に埋め込まれたり、脂質自体に結合した状態のタンパク質が存在する。タンパク質の中には細胞膜を貫通するトンネルをつくることで、細胞内外のイオンを選択的に通過させるイオンの通り道となっているものがあり、イオンチャネルと呼ばれる(図2)。リン脂質膜は絶縁体であり、細胞の内側と外側に正負のイオンを隔てることで、細胞膜はコンデンサーとして振る舞う。膜の内側と外側の間には電位差が生じ、膜の外側を基準にした内側の電位を膜電位という。

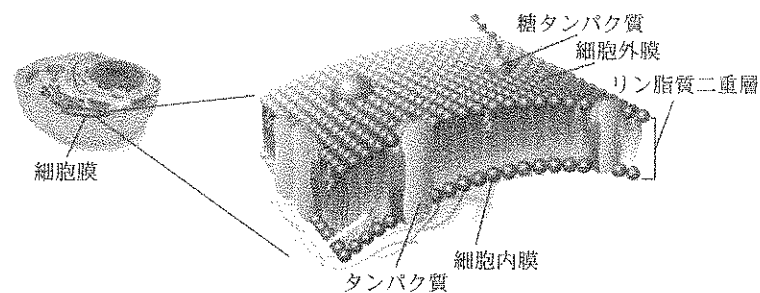


図1 細胞膜の構造

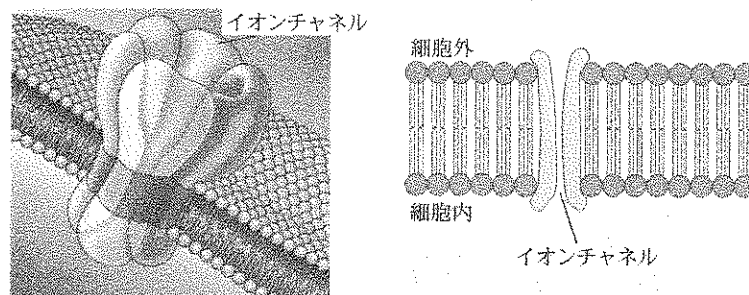


図2 イオンチャネル

以下では、膜電位が変化しないとして、細胞膜を通して流れる電流のうちイオンチャネルをイオンが移動することによるイオン電流について考える。

神経細胞を例にとると、膜の厚さは7.5 nmであり、膜は1.0 m<sup>2</sup>あたり0.20 Ωの抵抗をもつ。次の問いに答えなさい。ただし、電気素量の値は $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とする。

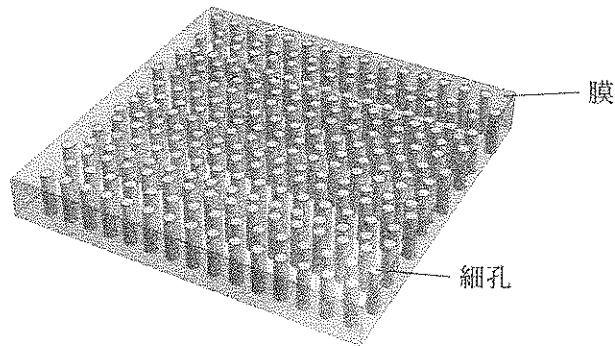


図3 細胞膜とイオンチャネルの物理模型

問 1. 膜の抵抗率を求めなさい。

問 2. 膜の抵抗は絶縁体の膜を貫通している円柱状の細孔(イオンチャネル)によって生じると仮定する(図3)。細孔の半径を  $0.35 \text{ nm}$  とし、細孔の長さは膜の厚さに等しいとする。細孔内を満たす液体の抵抗率を  $0.15 \Omega \cdot \text{m}$ 、残りの膜部分は完全な絶縁体と考える。観測された抵抗値から  $1.0 \text{ m}^2$  あたりの細孔の数を求めなさい。

神経細胞が信号を受けると、細胞膜上にある  $\text{Na}^+$  チャネル(ナトリウムイオンを選択的に通すイオンチャネル)が開き、時間が経過すると閉じる。神経細胞にある  $\text{Na}^+$  チャネル1個が  $1.5 \text{ ms}$ (ミリ秒)開いている間に、 $2.0 \times 10^{-12} \text{ A}$  の電流が観測されたとする。

問 3. この1個のチャネルを通して細胞内に流れ込んだ  $\text{Na}^+$  の数を求めなさい。

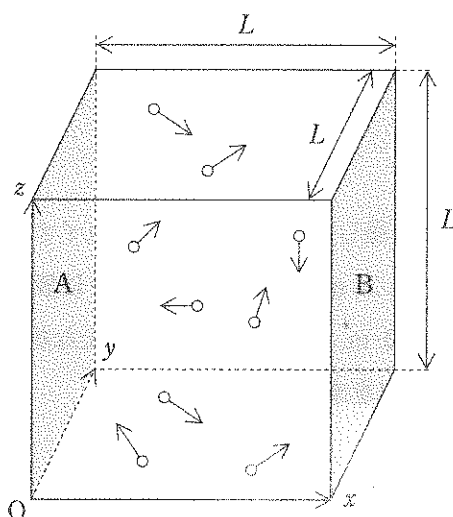
問 4. この細胞の膜電位を  $-60 \text{ mV}$  であるとして、 $\text{Na}^+$  チャネル1個が開いている間に消費された電気エネルギーを求めなさい。

問 5. ここで、脳には神経細胞が1500億個あり、各神経細胞には  $\text{Na}^+$  チャネルが20万個ずつあるものとする。それぞれの  $\text{Na}^+$  チャネルが、平均して1秒間に1回ずつ開閉するとし、膜電位が  $-60 \text{ mV}$  であると仮定して、脳全体の  $\text{Na}^+$  チャネルが消費する電力を求めなさい。



3. 光子はエネルギーと共に運動量をもつ。したがって、光が壁に当たると壁は圧力を受ける。図のように、一辺の長さが  $L$  の立方体の箱の中に、一定の振動数  $\nu$  の光子が  $N$  個入っている。この箱の内壁は光を完全に反射し、光子は、運動方向に偏りはなく、あらゆる方向に飛び交って、壁と弾性衝突を繰り返す。

光の速さを  $c$ 、プランク定数を  $h$ 、単位体積あたりの光のエネルギーを  $u$  として以下の問いに答えなさい。ただし、光子の数  $N$  は十分に大きいものとする。



図

- 問 1. 箱の中に入っている光子の数  $N$  を  $u$  を用いて表しなさい。
- 問 2.  $x$  方向にだけ運動する(壁 A と壁 B の間を往復する) 1 個の光子が、時間  $t$  の間に壁 A に及ぼす力積を求めなさい。ただし、1 個の光子の運動量の大きさを  $p$  とする。
- 問 3. 壁 A が受ける圧力  $P$  を、 $c$ 、 $h$ 、 $\nu$ 、 $u$  および光子の運動量の大きさ  $p$  で表しなさい。
- 問 4. 光子の運動量の大きさ  $p$  を  $c$ 、 $h$ 、 $\nu$  で表しなさい。
- 問 5. 光の圧力  $P$  を単位体積あたりの光のエネルギー  $u$  で表しなさい。
- 問 6. 単原子分子理想気体の圧力  $P_g$  と単位体積あたりの内部エネルギー  $u_g$  の関係を示し、光との違いの理由を簡潔に説明しなさい。