

平成 29 年度

数 学 問 題

(理学部・工学部・医学部医学科)

注 意 事 項

- 1 問題冊子は、監督者が「解答始め」の指示をするまで開かないこと。
- 2 問題冊子は全部で 8 ページである。脱落のあった場合には申し出ること。なお、解答用紙は上部で接着してあるので、はがさずに解答すること。
- 3 解答用紙は全部で 4 枚である。各ページ所定欄に、それぞれ氏名、受験学部、受験番号（最後のページは、左右 2 か所）を忘れずに記入すること。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- 5 解答用紙の裏面は計算等に使用してもよいが、採点はしない。
- 6 机上に各自の「受験票」と「大学入試センター試験受験票」を出しておくこと。
- 7 問題冊子は持ち帰ること。

(空 白)

第 1 問 (50点)

半径1の円柱を、底面の直径を含み底面と角 α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) をなす平面で切ることができる小さい方の立体を考える。ただし、円柱の高さは $\tan \alpha$ 以上であるとする。次の問いに答えよ。

問1 この立体の体積 V を求めよ。

問2 切り口の面積 A を求めよ。

問3 この立体の側面積 B を求めよ。

(空 白)

第 2 問 (50 点)

t を $0 < t < \frac{1}{2}$ をみたす実数とする. 三角形 OAB において, 辺 AB を $t:(1-t)$ に内分する点を O' , 辺 BO を $t:(1-t)$ に内分する点を A' , 辺 OA を $t:(1-t)$ に内分する点を B' とし, 線分 AA' と BB' の交点を P , BB' と OO' の交点を Q , OO' と AA' の交点を R とする. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき, 次の問いに答えよ.

問 1 $\overrightarrow{OO'}$ を \vec{a} , \vec{b} , t を用いて表せ.

問 2 $OR:RO'$ を t を用いて表せ.

問 3 三角形 PQR の面積 M を三角形 OAB の面積 S と t を用いて表せ.

(空 白)

第 3 問 (50 点)

三角形があり、その頂点を反時計回りの順に A, B, C とする。三角形 ABC において、点 P は頂点 A から出発し、1 秒経過するごとに隣の頂点へ移動する。ただし、反時計回りに移動する確率は $\frac{2}{3}$ 、時計回りに移動する確率は $\frac{1}{3}$ とする。 n を自然数とし、点 P が頂点 A を出発してから n 秒経過したときに頂点 A, B, C にある確率を、それぞれ a_n, b_n, c_n とする。次の問いに答えよ。

問 1 $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}$ を、 a_n, b_n, c_n を用いて表せ。

問 2 a_{n+2} を c_n を用いて表せ。

問 3 a_{n+6} を a_n を用いて表せ。

問 4 0 以上の整数 k に対して a_{6k+1} を求めよ。

(空 白)

第 4 問 (50 点)

座標平面上の 3 点 $P(x, y)$ ($x > 0, y > 0$), $A(a, 0)$ ($a > 0$), $B(0, b)$ ($b > 0$) は,
 $PA = PB = 1$ をみたすものとする. O を原点とし, 線分 OA, AP, PB, BO で囲まれた図形
の面積を S とする. 次の問いに答えよ.

問 1 $\angle APB$ を固定して 3 点 P, A, B を動かす. S が最大となるとき, $x = y$ かつ $a = b$
であることを示せ.

問 2 $\angle APB$ を固定せず, 条件 $x = y$ かつ $a = b$ のもとで 3 点 P, A, B を動かす. このと
き, S の最大値を求めよ.

