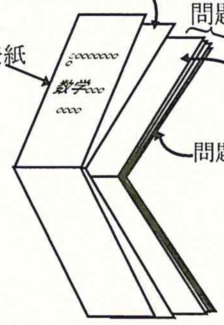
平成 29 年度入学試験問題

数　学　202

（前　期　日　程）



（注意事項）

1　問題・解答用紙および計算用紙は，係員の指示があるまで開かないこと。

2　この表紙を除いて，**問題・解答用紙は4枚，計算用紙は1枚**である。用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。

3　**解答は，問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。** 指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。また，**裏面に解答したものも採点しない。**

4　**筆答開始後，各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。**

5　計算用紙以外にも，表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。

6　表紙，計算用紙を含め，配布した用紙はすべて回収する。

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　202　その１

第１問　数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が次を満たす。

$$a_n + 2S_n = 3 \cdot 2^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(1) a_{n+1} と a_n の関係式を求めよ。

(2) 一般項 a_n を求めよ。

(3) $S_1 + 3S_2 + 3^2S_3 + \cdots + 3^{n-1}S_n$ を求めよ。

［第１問の解答箇所］

小 計	点

受験番号	第　　　　　　番

数　学　202　その2

第2問　複素数平面上で，原点 O と異なる点 A(α) をとり，単位円周上に点 B(β) をとる。複素数 α，β は $\arg\alpha - \arg\beta = \dfrac{\pi}{2}$ を満たし，さらに $\alpha + \beta$ は実数でないとする。

(1) β を α と $|\alpha|$ を用いて表せ。

(2) 線分 AB の垂直2等分線と直線 OA との交点を C(γ) とするとき，γ を α と $|\alpha|$ を用いて表せ。

(3) $\angle\mathrm{APB} = \dfrac{\pi}{2}$ を満たす原点と異なる虚軸上の点を P(z) とする。z を $\alpha, \overline{\alpha}$ と $|\alpha|$ を用いて表せ。ただし，$\overline{\alpha}$ は α と共役な複素数である。

［第2問の解答箇所］

小 計	点

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　202　その３

第３問　n を 2 以上の自然数とする。媒介変数 t を用いて $x = \cos^n t,\ y = \sin^4 t \left(0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ と表される xy 平面上の曲線を C_n とする。また，$t = \dfrac{\pi}{3}$ に対応する点における C_n の接線を ℓ_n とする。曲線 C_n, 接線 ℓ_n および y 軸で囲まれた部分の面積を S_n とする。ただし，C_n と ℓ_n の共有点が 1 個であることを証明なしで用いてよい。

(1) 接線 ℓ_n の方程式を求めよ。

(2) S_2 を求めよ。

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} 2^n n S_n$ を求めよ。

［第３問の解答箇所］

小 計	点

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　202　その4

第4問　$n < m$ とする。白玉 n 個と赤玉 m 個が入っている袋から n 個の玉を同時に取り出す。このとき，$k = 0, 1, 2, \cdots, n$ に対して，白玉がちょうど k 個出る確率を p_k とする。

(1) $n = 2,\ m = 3$ のときに，$p_0,\ p_1,\ p_2$ を求めよ。

(2) $n \geqq 6$ とする。$p_5 = p_6$ が成り立つような組 (n, m) の中で n が最小となるものを求めよ。

(3) $n \geqq 3$ とする。$k = 0, 1, 2, \cdots, n$ に対して，$d_k = \left| \dfrac{n}{n+m} - \dfrac{k}{n} \right|$ とする。$d_2 > d_3$ および $p_2 > p_3$ が同時に成り立つような組 (n, m) の中で n が最小となるものを求めよ。

［第4問の解答箇所］

小 計	点

計 算 用 紙