

平成 29 年度 個別学力試験問題

数 学 (120 分)

- 社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)
 人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)
 生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)
 理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)
 情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類, 知識情報・図書館学類)
 医学群 (医学類, 医療科学類)

注 意

- 1 問題冊子は1ページから6ページまでである。
- 2 受験者は、志望する学類の解答すべき問題を下表で確認のうえ、解答しなさい。選択問題も含まれているので十分注意すること。
 ※ ○印のついた問題は必ず解答し、△印のついた問題については選択解答すること。それ以外の問題を解答してはならない。
- 3 解答用紙は問題に対応するものを使用すること。
- 4 国際総合学類、障害科学類および知識情報・図書館学類においては、【選択1】または【選択2】の問題のいずれかを選択解答すること。

学 類	解答すべき問題						備 考
	数学Ⅱ		数学B		数学Ⅲ		
	1	2	3	4	5	6	
社会学類	△	△	○				○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
国際総合学類	【選択1】 数学Ⅱ・数学B】選択者	△	△	○			○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	【選択2】 数学Ⅲ】選択者				△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
教育学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
心理学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
障害科学類	【選択1】 数学Ⅱ・数学B】選択者	△	△	○			○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計2問を解答すること。
	【選択2】 数学Ⅲ】選択者				△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
生物学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
生物資源学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
地球学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
数学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
物理学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
化学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
応用理工学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
工学システム学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
社会工学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計4問を解答すること。
情報科学類	△	△	△	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
情報メディア創成学類	△	△	○	○	○	○	○印の問題は必ず解答。△印の中から1問を選択解答。計5問を解答すること。
知識情報・図書館学類	【選択1】		△	△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
	【選択2】	△		△	△	△	△印の中から2問を選択解答すること。
医学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。
医療科学類	○	○	○	△	△	△	○印の問題は必ず解答。△印の中から2問を選択解答。計5問を解答すること。

[1] a を正の実数とする。2つの関数

$$y = \frac{1}{3}ax^2 - 2a^2x + \frac{7}{3}a^3, \quad y = -\frac{2}{3}ax^2 + 2a^2x - \frac{2}{3}a^3$$

のグラフは、2点A, Bで交わる。但し、Aの x 座標はBの x 座標より小さいとする。また、2点A, Bを結ぶ線分の垂直二等分線を ℓ とする。

(1) 2点A, Bの座標を a を用いて表せ。

(2) 直線 ℓ の方程式を a を用いて表せ。

(3) 原点と直線 ℓ の距離 d を a を用いて表せ。また、 $a > 0$ の範囲で d を最大にする a の値を求めよ。

[2] a, b, c を実数とし, β, m をそれぞれ $0 < \beta < 1, m > 0$ を満たす実数とする。また, 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は $x = \beta, -\beta$ で極値をとり, $f(-1) = f(\beta) = -m, f(1) = f(-\beta) = m$ を満たすとする。

(1) a, b, c , および β, m の値を求めよ。

(2) 関数 $g(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ は, $-1 \leq x \leq 1$ に対して $f(-1) \leq g(x) \leq f(1)$ を満たすとする。 $h(x) = f(x) - g(x)$ とおくとき, $h(-1), h(-\beta), h(\beta), h(1)$ それぞれと 0 との大きさを比較することにより, $h(x)$ を求めよ。

[3] 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 3a_{n+1}^2 - 6a_{n+1}a_n + 3a_n^2 + a_{n+1} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たすとする。また、 $b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, \dots)$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $b_n \geq 0 \quad (n = 1, 2, \dots)$ を示せ。

(2) $b_n \quad (n = 1, 2, \dots)$ の一の位の数が 2 であることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(3) a_{2017} の一の位の数を求めよ。

〔4〕 関数

$$f(x) = 2x^2 - 9x + 14 - \frac{9}{x} + \frac{2}{x^2} \quad (x > 0)$$

について以下の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ のすべての極値を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。

[5] xy 平面において、 x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。また、実数 a に対して、 a 以下の最大の整数を $[a]$ で表す。記号 $[]$ をガウス記号という。以下の問いでは N を自然数とする。

(1) n を $0 \leq n \leq N$ を満たす整数とする。点 $(n, 0)$ と点 $\left(n, N \sin\left(\frac{\pi n}{2N}\right)\right)$ を結ぶ線分上にある格子点の個数をガウス記号を用いて表せ。

(2) 直線 $y = x$ と、 x 軸、および直線 $x = N$ で囲まれた領域(境界を含む)にある格子点の個数を $A(N)$ とおく。このとき $A(N)$ を求めよ。

(3) 曲線 $y = N \sin\left(\frac{\pi x}{2N}\right)$ ($0 \leq x \leq N$) と、 x 軸、および直線 $x = N$ で囲まれた領域(境界を含む)にある格子点の個数を $B(N)$ とおく。(2) の $A(N)$ に対して $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{B(N)}{A(N)}$ を求めよ。

[6] $0 < a < \frac{\pi}{2}$ とする。複素数平面上において、原点を中心とする半径 1 の円の上に異なる 5 点 $P_1(w_1)$, $P_2(w_2)$, $P_3(w_3)$, $P_4(w_4)$, $P_5(w_5)$ が反時計まわりに並んでおり、次の 2 つの条件 (I), (II) を満たすとする。

(I) $(\cos^2 a)(w_2 - w_1)^2 + (\sin^2 a)(w_5 - w_1)^2 = 0$ が成り立つ。

(II) $\frac{w_3}{w_2}$ と $-\frac{w_4}{w_2}$ は方程式 $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ の解である。

また、五角形 $P_1P_2P_3P_4P_5$ の面積を S とする。以下の問いに答えよ。

(1) 五角形 $P_1P_2P_3P_4P_5$ の頂点 P_1 における内角 $\angle P_5P_1P_2$ を求めよ。

(2) S を a を用いて表せ。

(3) $R = |w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5|$ とする。このとき、 $R^2 + 2S$ は a の値によらないことを示せ。

