A，B，BR，C，D

平成29年度個別学力検査問題
(国際資源学部，教育文化学部，医学部，理工学部)

数　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，5ページあり，問題は(1)から(8)まで8題あります。解答用紙は3枚あります。計算用紙(白紙)は1枚あります。

　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　受験する学部によりそれぞれ3題出題されます。国際資源学部は(3)，(4)，(5)，教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1)，(2)，(3)，教育文化学部(理数教育コース)は(2)，(3)，(6)，医学部は(6)，(7)，(8)，理工学部は(2)，(3)，(6)をそれぞれ解答しなさい。

4　監督者の指示に従って，解答用紙に受験番号を記入しなさい。

5　1つの解答用紙に1つの問題を解答しなさい。また，解答用紙の指定された(　)内に解答する問題の番号を記入し，その用紙には記入した番号の問題を解答しなさい。

6　解答用紙の表(おもて)に記入しきれない場合は，その裏に記入してもよい。その場合，解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし，解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。

7　配付された解答用紙は，持ち帰ってはいけません。

8　試験終了後，問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

(1) 文字A, B, C, D, E, F, G, H, I, Jのどれか1つが書かれている10種類の玉があり，以下のように10個の玉が入っている袋を3種類用意する。

・10種類の玉が全て入っている袋α

・Aが書かれている玉が3つ，B, C, D, E, F, G, Hが書かれている玉が1つずつ入っている袋β

・Aが書かれている玉が5つ，B, C, D, E, Fが書かれている玉が1つずつ入っている袋γ

この3種類の袋に対して，袋から玉を1個取り出し，書かれている文字を調べてから同じ袋に戻す試行を行う。次の問いに答えよ。

(i) この試行を2回繰り返したとき，1回目と2回目で取り出した玉に書かれている文字が異なる確率を，袋α，袋β，袋γについてそれぞれ求めよ。

(ii) この試行を3回繰り返したとき，3回目で取り出した玉に書かれている文字が，1回目または2回目で取り出した玉に書かれている文字と同じである確率を，袋α，袋β，袋γについてそれぞれ求めよ。

(2) xy 平面上に原点 O を中心とする単位円がある。単位円上に点 A をとり，半径 OA が x 軸の正の部分となす角を θ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ とする。さらに単位円上に点 B，C を，反時計回りに点 A，B，C の順に並ぶようにとる。$\angle \mathrm{ABC} = \dfrac{\pi}{4}$，$\angle \mathrm{ACB} = \dfrac{\pi}{3}$ とする。次の問いに答えよ。

(i) 点 A，B，C について，それぞれの座標を θ を用いて表せ。

(ii) 3 点 A，B，C の x 座標の和が 0 となるときの θ に対し，$\tan\theta$ を求めよ。

(iii) 3 点 A，B，C の x 座標の和の平方と，3 点 A，B，C の y 座標の和の平方との和を求めよ。

(3) 点 O を頂点とし，平行四辺形 ABCD を底面とする四角錐（すい） OABCD がある。辺 OA を $s : (1-s)$ に内分する点を P，辺 OC を $t : (1-t)$ に内分する点を Q，辺 OB を $1 : 3$ に内分する点を R とする。ただし，$0 < s < 1$，$0 < t < 1$ とする。4 点 P，R，Q，D が同一平面上にあるとき，次の問いに答えよ。

(i) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{RP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{RD}}$ をそれぞれ表せ。

(ii) t を用いて s を表せ。

(iii) $\triangle \mathrm{OPQ}$ の面積が $\triangle \mathrm{OAC}$ の面積の $\dfrac{1}{6}$ となるとき，s の値を求めよ。

(4) 原点をOとする xy 平面上にある放物線 $C: y = ax^2$ $(a > 0)$ 上に点Pをとり，原点Oと点Pを結ぶ線分OPの中点をQとする。ただし，点Pが原点にあるとき，点Qは原点とする。次の問いに答えよ。

(i) y 座標が100となる点Pの x 座標を求めよ。

(ii) 点Pが放物線 C 上を動くとき，点Qの軌跡を表す方程式を求め，図示せよ。

(iii) 点Pの x 座標を x_1 $(x_1 > 0)$ とし，対応する点Qの x 座標を x_2 とする。放物線 C と直線 $x = x_1$ と x 軸で囲まれた図形の面積を S_1 とし，(ii)で求めた点Qの軌跡と直線 $x = x_2$ と x 軸で囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき，$S_1 : S_2$ を求めよ。

(5) 次の問いに答えよ。

(i) 関数 $\log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ の導関数を求めよ。

(ii) 不定積分 $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}\,dx$ を求めよ。

(iii) 極限 $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{10n^2 + 6nk + k^2}}$ の値を求めよ。

（6） 定数aに対し，$f(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$，$g(x)=\dfrac{1-(x-a)^2}{1+(x-a)^2}$とする。関数$f(x)$と関数$g(x)$が同じ$x=t$で極大になるとする。次の問いに答えよ。

(i) aの値とtの値を求めよ。

(ii) 関数$y=f(x)$のグラフと関数$y=g(x)$のグラフのすべての共有点の座標を求めよ。

(iii) $x \geqq 0$において，曲線$y=f(x)$と曲線$y=g(x)$で囲まれた図形の面積を求めよ。

（7） nを自然数とする。次の問いに答えよ。

(i) 8^nを11で割った余りが3となるnをすべて求めよ。

(ii) 11^nを17で割った余りが4となるnをすべて求めよ。

(iii) (i)の条件と(ii)の条件を同時に満たすnをすべて求めよ。

(8) xyz 空間に中心が点$(0, 0, 1)$，半径が1の球面Sがある。球面S上の点$\mathrm{N}(0, 0, 2)$とxy平面上にある点$\mathrm{P}(a, b, 0)$を結ぶ線分NPが点Nと異なる点Qで球面Sと交わる。さらにxy平面上に2点$\mathrm{A}(2, 0, 0)$，$\mathrm{B}\left(0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$をとる。次の問いに答えよ。

(i) a，bを用いて点Qの座標を表せ。

(ii) 点Pは直線AB上を動くとする。線分NQの長さの最大値とそのときの点Pの座標をそれぞれ求めよ。

(iii) 点Pが直線AB上を動くとき，線分QPの長さは(ii)で求めた点Pで最小になることを示せ。