〔Ⅰ〕 数列$\{a_n\}$を次のように定める。$a_1 = 1$とし，自然数nに対してa_nが定まったとき，曲線$C_n : y = \dfrac{1}{a_n}x^2$上の点$\mathrm{P}_n(a_n,\ a_n)$を通り，点$\mathrm{P}_n$における曲線$C_n$の接線に垂直な直線を$\ell_n$とし，$C_n$と$\ell_n$の共有点のうち，$\mathrm{P}_n$と異なる点の$x$座標を$a_{n+1}$とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(2) C_nとℓ_nで囲まれた部分の面積をA_nとするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} A_k$を求めよ。

〔Ⅱ〕 xy 平面において，$kx^2+ky^2+x-y-4k+1=0$ で表される円 C があるとき，以下の問いに答えよ。ただし，k は正の実数とする。

(1) k の値によらず円 C が通る定点A，Bを求めよ。

(2) 円 C の中心Dと点E(1，5)を結ぶ線分DEの長さが最小となるときの k の値と，そのときの円 C の半径 r を求めよ。

(3) k を(2)で求めた値とする。円 C 上の点Qと点E(1，5)を結ぶ線分QEの中点をPとする。点Qが円 C 上を動くとき，△ABPの面積の最大値を求めよ。

〔Ⅲ〕 xy 平面上の曲線 C が

$$|y-3x-2x^2|=-(x-1)(2x-1)$$

で定められているとき，この曲線 C によって囲まれる図形の面積 S を求めたい。以下の問いに答えよ。

(1) 曲線 C 上の点の x 座標がとり得る値の範囲を求めよ。

(2) 面積 S を求めよ。

〔Ⅳ〕 $\triangle$ABCにおいて，点Bから直線ACに下ろした垂線をBQ，点Cから直線ABに下ろした垂線をCPとし，直線BQと直線CPの交点をHとする。$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$とおくとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AP}$，$\overrightarrow{AQ}$をそれぞれ$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{AH}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表し，$\overrightarrow{AH}$は$\overrightarrow{BC}$に直交することを示せ。

(3) 直線AHと直線BCの交点をRとする。$a=|\vec{a}|$，$b=|\vec{b}|$，$x=\cos\angle A$とおくとき，$|\overrightarrow{AR}|^2$をa，b，xを用いて表せ。

(4) AB $\neq$ ACを満たす$\triangle$ABCにおいて，辺ABおよび辺ACの長さをそれぞれa，bで一定に保ちながら$\angle$Aの大きさを$0<\angle A<\pi$の範囲で動かすとき，$|\overrightarrow{AR}|^2$の最大値を求めよ。また，そのとき$\triangle$ABCはどのような三角形か。