$\boxed{1}$ （医学部医学科用問題） 4 つの箱 X, Y, Z, W と 2 つの玉がある。最初，箱 X, Y には玉が 1 つずつ入っており，箱 Z, W には玉が入っていないとする。この状態から始めて，次の操作を繰り返し行う。

「2 つの玉のうち 1 つを無作為に選び，それを，その時点で玉が入っていない 2 つの箱のいずれか 1 つに無作為に移動する。」

この操作を n 回繰り返したとき，X と Y に入っている玉の個数の合計を A_n とする。例えば，操作を n 回繰り返したとき，最初の状態に戻ったならば，$A_n = 2$ である。

A_n が偶数である確率を p_n，A_n が奇数である確率を q_n とする。次の問いに答えよ。

(1) p_1, q_1, p_2, q_2 を求めよ。

(2) p_{n+1}, q_{n+1} を p_n, q_n を用いて表せ。

(3) q_n を求めよ。

$\boxed{2}$ （総合理工学部数理・情報システム学科用問題） m を整数とし，放物線 $y = x^2 - 4(m-3)x + 1$ の頂点を P_m とする。次の問いに答えよ。

(1) 1 個のサイコロを 1 回投げるとき，出た目の数を m とする。このとき，P_m が $x > 0$ かつ $y < 0$ の範囲にある確率を求めよ。

(2) 1 枚の硬貨を 6 回投げるとき，表が出る回数を m とする。このとき，P_m が $x < 0$ かつ $y < 0$ の範囲にある確率を求めよ。

$\boxed{3}$ (共通問題) 次の問いに答えよ。

(1) 直線 $y = mx + n$ が楕円 $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 1$ に接するための条件を m, n を用いて表せ。

(2) 点 $(2, 1)$ から楕円 $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 1$ に引いた 2 つの接線が直交することを示せ。

(3) 楕円 $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 1$ の直交する 2 つの接線の交点の軌跡を求めよ。

$\boxed{4}$ (共通問題) $\triangle$ABC において，$\angle$A, $\angle$B, $\angle$C の大きさをそれぞれ A, B, C とする。 $\tan A$, $\tan B$, $\tan C$ がすべて整数で， $A < B < C$ であるとき， 次の問いに答えよ。

(1) $\tan(B + C)$ を $\tan A$ を用いて表せ。

(2) $C < 90^\circ$ を示せ。

(3) $\tan A$, $\tan B$, $\tan C$ の組をすべて求めよ。

$\boxed{5}$ （共通問題） 関数 $f(x) = e^{-x}\sin x$ について，次の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底である。

(1) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ とする。関数 $y = f(x)$ の増減，極値，グラフの凹凸および変曲点を調べ，そのグラフの概形をかけ。

(2) n を自然数とするとき，$\displaystyle\int_{(n-1)\pi}^{n\pi} |f(x)|dx$ を求めよ。

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_{0}^{n\pi} |f(x)|dx$ を求めよ。

◇M3(267—20)