平成３０年度一般入試（前期日程）
全学部共通（数学）
出題意図及び評価のポイント

出題範囲の中から特定の分野に偏ることなく出題し、総合的な評価をするように努めた。評価の基準としては、次の点に重点をおいた。

（１）基本的な事柄が理解できているか。
（２）基本的な計算力が身についているか。
（３）応用力を身につけているか。
（４）論理的に考察できるか。さらにその考察をきちんと文章で表現できるか。

数学の解答方式は記述式であり、正しい推論が最後まで遂行できているか否かが評価のポイントである。答えが得られていても、それに至る過程が明示されていない解答、あるいは論理的なギャップがある解答などには相応の減点を行った。

各問題についての出題意図

問１ 数学I, II, A, B における基本的な内容を理解し、身につけているかを問う問題である。

問２ 場合分けにより定義される（２次関数を含む）関数をきちんと理解でき、その最大値を求めることができるかを問う問題である。

問３ 数学 III における基本的な内容を理解し、身についているかを問う問題である。

問４ 空間ベクトルを適切に処理できるかを問う問題である。

問５ 確率、数列の漸化式について基本的な知識・理解を問う問題である。

問６ 微積分と複素数についての基本的な内容を理解し、正しく計算できるかを問う問題である。

問７ 複素平面上の図形を正しく把握し、指示された値を求めることができるかを問う問題である。

問８ 数学 III の微積分を理解し、基本的な計算を実行できるかを問う問題である。

問９ 与えられた組み合わせ問題について、可能性があるすべての場合を適切に把握し、それぞれの確率を正しく求めることができるかを問う問題である。

（前期日程）

平成30年度　数　学

問題の選択方法

- 教育学部（学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系を除く），農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコースの受験者は
  $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ の４問
- 教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系の受験者は
  $\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ の４問
- 理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）の受験者は
  $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ の５問
- 医学部の受験者は
  $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ $\boxed{8}$ $\boxed{9}$ の５問

を解答すること。

注意事項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，９ページあります。
　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。

4　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。やむをえない場合は，解答用紙の裏も使用してよい。ただし，裏を使用する場合は，その旨を解答用紙の表に明記し，裏に書かれた指示に従って解答すること。

5　問題冊子の余白は下書きに使用してよい。

6　解答用紙はすべて机の上に出しておくこと。机の中に入れてはいけません。

1 （教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース）

次の問いに答えよ。

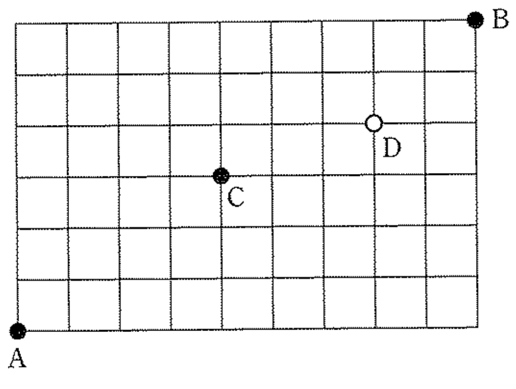
(1) 1254 と 4788 の最小公倍数を求めよ。

(2) 2^{2018} の桁数と 1 の位の数字を求めよ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(3) $90^\circ < \theta < 270^\circ$ で $\sin\theta = \dfrac{2}{7}$ のとき，$\cos\theta$ と $\tan\theta$ を求めよ。

(4) 2 点 A$(-2, -1)$ と B$(0, 1)$ について，線分 AB を 3 : 1 に外分する点を中心とし，点 B を通る円の方程式を求めよ。

(5) 下図のように 7 本の平行な道とそれらに直交する 10 本の平行な道がある。地点 C を通るが地点 D を通らずに，地点 A から地点 B へ行く最短経路の総数を求めよ。



数学の試験問題は次に続く。

2 (教育学部(学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系を除く)・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

関数$f(x)$と$g(x)$をそれぞれ次のように定義する。

$$g(x)=\begin{cases}0 & (|x|>1)\\ 1-x^2 & (|x|\leqq 1),\end{cases}\qquad f(x)=\int_x^{x+1} g(t)\,dt$$

次の問いに答えよ。

(1) 関数$y=g(x)$のグラフを描け。

(2) $f\left(\frac{1}{2}\right)$の値を求めよ。

(3) $|x|\leqq 1$の範囲で$f(x)$を求めよ。

(4) $|x|\leqq 1$の範囲で$f(x)$の最大値とそのときのxの値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 （教育学部学校教育教員養成課程中等教育コース自然科学系）

曲線 $y=\sqrt{1-2x^2}$ $\left(0 \leqq x \leqq \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ を E とする。E 上の点 $(p,\ q)$ における接線を ℓ とし，ℓ の方程式を $y=ax+b$ とする。ただし，$0<p<\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ である。

次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y=\sqrt{1-2x^2}$ を微分せよ。

(2) a，b を p を用いて表せ。

(3) 変数変換 $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin t$ を用いて，$\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\sqrt{1-2x^2}\,dx$ を求めよ。

(4) 曲線 E，接線 ℓ，x 軸で囲まれる図形と曲線 E，接線 ℓ，y 軸で囲まれる図形の面積の和を $S(p)$ とする。

(i) $S(p)$ を求めよ。

(ii) $S(p)$ の最小値とそのときの p の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{4}$ （教育学部・農学部・理学部・工学部）

四面体 OABC は,

$$\mathrm{OA} = \mathrm{OC} = 1, \quad \mathrm{OB} = 2, \quad \angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{BOC} = \angle\mathrm{AOC} = 60^\circ$$

を満たすとする。

$0 < s < 1$, $0 < t < 1$ を満たす実数 s, t に対し，辺 OC を $s : (1-s)$ に内分する点を P，辺 AB を $t : (1-t)$ に内分する点を Q とする。

$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。

次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{b}\cdot\vec{c}$, $\vec{a}\cdot\vec{c}$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, s, t を用いて表せ。

(3) 2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ が直交するとき，s を t を用いて表せ。

(4) 三角形 OQC の面積の最小値とそのときの t の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

5 （教育学部・農学部・理学部・工学部・医学部）

袋に赤玉が4個入っている。A さんとBさんは，次の手順1から手順3までを1回の操作とし，この操作を反復する。ただし，Bさんの手元には白玉と赤玉がたくさんあるとする。

手順1　A さんは袋から無作為に玉を1個取り出し，玉の色を確認せずに，Bさんにその玉をわたす。

手順2　Bさんは，A さんから受け取った玉が白玉ならば赤玉に，赤玉ならば白玉に取り換えて袋にもどす。

手順3　Bさんは袋の中を確認し，すべての玉が同じ色ならば終了を宣言し，すべての操作を終了する。すべての玉の色が同じでなければ，手順1にもどる。

自然数 n に対して，操作が n 回行われ，かつ n 回目の操作後に袋の中の白玉の数が1個，2個，3個である確率をそれぞれ p_n，q_n，r_n とする。次の問いに答えよ。

(1)　p_1，q_1，r_1 および p_2，q_2，r_2 を求めよ。

(2)　p_{n+1}，q_{n+1}，r_{n+1} を p_n，q_n，r_n を用いて表せ。

(3)　ちょうど n 回目の操作で終了する確率 s_n を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{6}$ (理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)=\log(\sin x)$ のグラフ $y=f(x)$ 上の点 $\left(\dfrac{3\pi}{4},\ f\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)\right)$ における接線の方程式を求めよ。

(2) 関数 $f(x)=xe^{-x^2}$ に対して，第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

(3) 定積分 $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{e^x-1}\,dx$ を求めよ。

(4) 条件 $|z-2-i|=1$ を満たす複素数 z に対して，$|z|$ の最小値を求めよ。ただし，i は虚数単位である。

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{7}$ (理学部・工学部(環境建設工学科社会デザインコースを除く)・医学部)

(1) p, q, r, α, β は複素数で，$p \neq q$, $\alpha \neq 0$ とする。p_1, q_1, r_1 を

$$p_1 = \alpha p + \beta, \quad q_1 = \alpha q + \beta, \quad r_1 = \alpha r + \beta$$

と定義する。実数 t は $0 < t < 1$ を満たすとする。p, q, r が表す複素数平面上の点を，それぞれ P, Q, R とする。点 R が線分 PQ を $t:(1-t)$ に内分するとき，r_1 を p_1, q_1, t を用いて表せ。

(2) i を虚数単位とし，h を実数とする。複素数平面において，点 z が 4 点 0，1，$1+i$, i を頂点とする四角形の周を動くとき，

$$w = (-2+2i)z + hi$$

が表す点の描く線で囲まれた図形を D_h とする。

(i) $-2+2i$ の絶対値と偏角を求めよ。ただし，偏角は 0 以上 2π 未満とする。

(ii) D_0 の概形を描け。

(iii) 複素数平面における図形 A を

$$A = \{x + yi \mid x,\ y \text{は実数},\ -5 \leqq x \leqq 5,\ 4 \leqq y \leqq 6\}$$

と定義し，A と D_h の共通部分の面積を $S(h)$ とする。ただし，共通部分がない場合や，共通部分が線分や点の場合は，$S(h) = 0$ とする。$S(h)$ の最大値とそのときの h の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

8 （理学部・工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）・医学部）

$x > 0$ の範囲で関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos t - x \sin t|\, dt$$

と定義する。また，$x > 0$ の範囲で関数 $g(x)$ は

$$\frac{\pi}{2} < g(x) < \pi,\ \ \cos g(x) = -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}},\ \ \sin g(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

を満たすとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$，$x > 0$ のとき，関係式

$$\cos t - x \sin t = \sqrt{1+x^2}\sin(t + g(x))$$

が成り立つことを示せ。

(2) すべての $x > 0$ に対して $f(x)$ は

$$f(x) = \sqrt{1+x^2}\int_{g(x)}^{\frac{\pi}{2}+g(x)} |\sin s|\, ds$$

と表せることを示せ。

(3) $f(x) = 2\sqrt{1+x^2} - 1 - x \quad (x > 0)$ を示せ。

(4) 関数 $f(x)$ $(x > 0)$ の最小値とそのときの x の値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

9 （医学部）

立方体の8個の頂点から無作為に1つの頂点を選ぶ作業を4回行って選んだ点を，それぞれP_1，P_2，P_3，P_4とする。以下の問いに答えよ。ただし，この問題では，三角形，四角形，立方体などの図形は，すべて境界とその内部からなるとする。

(1) 3点P_1，P_2，P_3がすべて異なる確率を求めよ。

(2) 3点P_1，P_2，P_3がすべて異なり，かつその3点を通る平面と立方体の共通部分が三角形になる確率を求めよ。

(3) 3点P_1，P_2，P_3がすべて異なり，かつその3点を通る平面と立方体の共通部分が四角形になる確率を求めよ。ただし，P_1，P_2，P_3が定める平面が立方体の一つの面を含む場合，その面を平面と立方体の共通部分とする。

(4) 4点P_1，P_2，P_3，P_4が同一平面上にある確率を求めよ。ただし，4点がすべて異なるとは限らないとする。