

平成 30 年度

前 期 日 程

物 理

医学部・工学部・応用生物科学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は 8 ページからなる。解答用紙等については、医学部は解答用紙 3 枚・白紙 1 枚、その他の学部は解答用紙 4 枚である。乱丁、落丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、解答用紙のそれぞれ指定の欄すべてに必ず記入すること。
4. 解答は解答用紙の指定箇所に記入すること。
5. 問題は、大問で 4 題である。工学部・応用生物科学部の受験生は 4 題すべてに解答すること。
医学部の受験生は、問題 **1** , **2** , **3** に解答すること。
6. 解答用紙は持ち帰らないこと。
7. 問題冊子および白紙(白紙は医学部受験生のみ該当)は持ち帰ること。
8. 大問ごとに、満点に対する配点の比率を表示してある。

1 次の文を読み、以下の問い合わせに答えよ。(配点比率 医: $\frac{1}{3}$, 工・応生: $\frac{1}{4}$)

図1のように、質量 M [kg], m [kg] ($m < \frac{1}{2}M$) の物体 A, B がばね定数 k [N/m] のばねで連結され、なめらかで水平な床に置かれて静止している。そこへ物体 C が速さ V [m/s] で接近し、A と弾性衝突した。C は十分に大きな質量をもつため、衝突後も一定の速度 V をもつとみなすことができる。C と A の2度目の衝突は起こらなかった。運動は一直線上で行われ、紙面右向きを正の向きとする。また、ばねの伸縮はフックの法則が成り立つ範囲にあり、ばねの質量は無視できるものとする。

問 1 衝突直後の A の速度 v_A [m/s] と B の速度 v_B [m/s] を答えよ。なお、衝突直後のばねは自然長なので、B は力を受けない。

問 2 衝突後、時間 Δt [s] が経過する間に A の速度が Δv_A [m/s] だけ変化したとするとき、B の速度の変化 Δv_B [m/s] を M , m , Δv_A を用いて表せ。

問 3 衝突後のばねが最も縮んだときにおける、A, B の運動エネルギーの和 K [J] とばねの弹性エネルギー(弹性力による位置エネルギー) U [J] を求め、 M , m , V を用いて表せ。

問 4 ばねで連結された A と B を、質量 $(M + m)$ [kg] の伸縮可能なひとつの物体 D と考え、C と D の衝突におけるはね返り係数(反発係数) e を求めよ。ただし、D の速度 v_D は、 $(M + m)v_D$ が A と B の運動量の和に等しくなるように定義する。

問 5 上記問4のはね返り係数から、C と D の衝突は非弾性衝突である。一般に、非弾性衝突では運動エネルギーの一部が主に熱になり失われることが知られている。では、C と D の非弾性衝突で失われる運動エネルギーは何のエネルギーになるのか、25文字以内で述べよ。

次に、図2のように A に固定された観測者 H が B の運動を観察する場合を考える(ただし、観測者の質量は考えない)。床に対する A の加速度が a_A [m/s²] であるとき、すべての物体に加速度 ① [m/s²] を与える力がはたらいているように H には観察される。このような見かけ上の力を ② 力という。H が B の運動を記述するには、実際にはたらく力に加えて ② 力も物体にはたらいているものとして、運動方程式を考えればよい。

問 6 空欄①, ②に適する式または語句を答えよ。

問 7 ばねの自然長からの伸びが x' [m] であるとき、H から見た B の加速度 a'_B [m/s²] を求め、 M , m , k , x' を用いて表せ。

問 8 上記問3において、衝突後、ばねが最初に最も縮むまでに要する時間 t_1 [s] を求めよ。

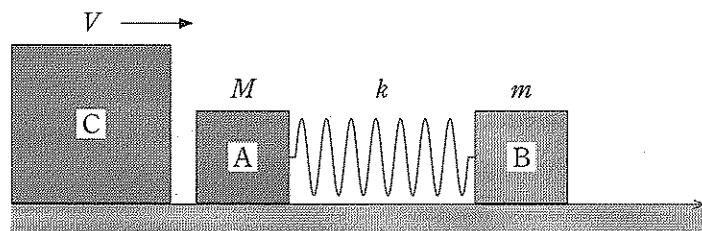


図 1

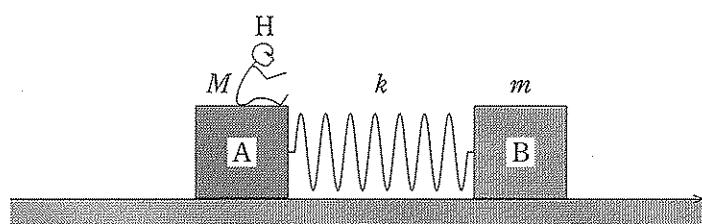


図 2

2

次の文を読み、以下の問い合わせに答えよ。(配点比率 医: $\frac{1}{3}$ 、工・応生: $\frac{1}{4}$)

十分大きな2枚の平行な導体板が鉛直に置かれ、その間隔は $2L[m]$ である。導体板に垂直に絶縁体の棒が渡されている。その棒を含む鉛直面内の断面図を図1に示す。棒上の、導体板との距離 $L[m]$ の点 A から長さ $\ell[m]$ ($\ell > L$) の導線で、質量 $m[kg]$ 、半径 $a[m]$ ($a \ll L$) のごく小さな導体球(小球)がつるされ、静止している。この小球の位置を点 O とする。小球はこの断面内を、導線がたるまないで自由に運動ができるようになっている。

点 A を導線で接地し、導体板に電源をつないで左の導体板の電位を $V_0[V]$ ($V_0 > 0$) に、右側の電位を $-V_0[V]$ にする。小球を点 O から右側に少しだけ移動させた後、静かにはなし、その後の運動を観察する。種々の V_0 で観察すると、 V_0 が小さいうちは小球は点 O に向かって動き、 V_0 が大きくなると点 O の方向に向かわず、導体板に衝突することが観察される。なぜこのような現象が起きるのかを考察してみよう。

図2に示すような、点 O を通り、導体板に垂直な直線を x 軸とする座標系(座標原点を点 O、右向きを正の向き)で考えることにする。点 O から右向きに少しだけ離れた点を B とし、その x 座標を $x_0[m]$ ($x_0 \ll \ell$) とする。この点の電位はゼロと異なるため、小球が点 B に置かれると、接地している導線を通して電荷が移動し、小球は帶電する。その小球が持つ電気量を $q[C]$ とする。帶電したことにより、小球は導体板間の電場(電界)から大きさ $F_1[N]$ の力を受ける。ここで、左右の導体板が作り出す電場は、小球が帶電することによる影響は受けないものとする。一方、小球に作用するその他の力は点 O に向かうはたらきをする。 x 軸負の向きにはたらくこの力の大きさを $F_2[N]$ とする。したがって、点 B の小球を静かにはなすと、 F_1 、 F_2 に依存して、点 O に向かうか、逆に導体板に向かうことになる。

問 1 座標軸上の座標 $x[m]$ ($-L < x < L$) の点における、左右の導体板により生じる電場の強さ $E[N/C]$ とその向きを答えよ。また、この点の電位 $V[V]$ を x の関数として求めよ。

問 2 小球は、点 B に置かれたとき、正・負どちらに帶電するか答えよ。また、その理由を簡潔に述べよ。

問 3 小球は接地されているため、点 B における左右の導体板による電位と、電気量 q による電位との和である小球の電位はゼロである。また一般に、半径 $r[m]$ の導体球の持つ電気量が $Q[C]$ のとき、その電位は球の中心に置かれた点電荷 Q による距離 r の点における電位と同じと考えてよい。上記に基づいて、点 B の小球がもつ電気量 q を求めよ。ここで、クーロンの法則の比例定数を $k[N \cdot m^2/C^2]$ とせよ。

問 4 電気量 q に帶電した小球が、導体板間の電場から受ける力の大きさ F_1 とその向きを答えよ。 F_1 は q を用いて表してよい。

問 5 下線部がなぜそうなるのかを説明し、 F_2 を求めよ。このとき x_0 が十分小さいため、直線 AB と AO とのなす角 θ [rad] について、 $\cos \theta \approx 1$ の近似式を用いよ。 F_2 は、 ℓ 、 m 、 x_0 、および重力加速度の大きさ g [m/s^2] で表せ。

問 6 小球が点 O に向かう運動となるためには、電位 V_0 はある電位 V_1 [V] より小さくなければならぬ。 V_1 を、 L 、 ℓ 、 m 、 a 、 k 、 g を用いて表せ。

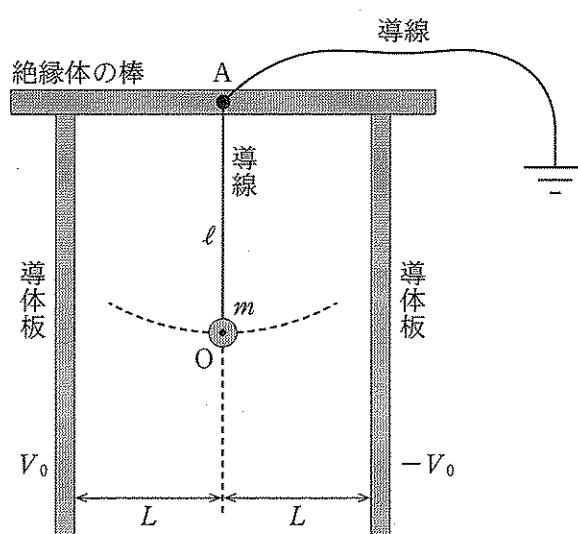


図 1

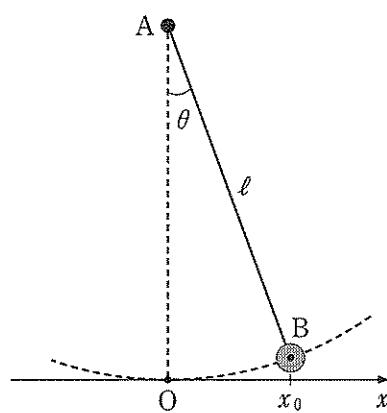


図 2

3

次の文を読み、以下の問い合わせに答えよ。(配点比率 医: $\frac{1}{3}$, 工・応生: $\frac{1}{4}$)

図 1 のように半径 r [m] の半円上を、音源が振動数 f_0 [Hz] の音を発しながら反時計回りに等速で移動している。半円の中心 O から右方向に d [m] ($d \geq r$) 離れた点 P で音を観測したところ、時間とともに振動数が変化した。この現象はドップラー効果によるものだと考えられる。音源の位置を点 Q で表し、 $\angle QPO$ を ϕ [rad]、空気中の音速を V [m/s]、音源の速さを u [m/s] ($u < V$) とし、点 P で観測される振動数 f [Hz]について考えてみよう。ただし、風の影響は無視できるものとする。

音源の速度は、点 P から遠ざかる方向を正とし、直線 PQ 方向の成分を u_Q [m/s] とする。移動中の音源のある瞬間の位置の変化を考えると、音源は点 P から速さ u_Q で遠ざかっていると考えられる。

問 1 音源が点 Q で発した音を点 P で観測したときの振動数 f を f_0 , V , u_Q を用いて表せ。

問 2 u_Q を r , d , u , ϕ を用いて表せ。必要であれば、導出過程で解答用紙の図を使ってよい。

u_Q は音源の位置によって変化する。したがって、観測される f から音源が音を発した位置を特定できる可能性がある。その確認のために図 2 のように OP 間の距離を $d = 2r$ とし、音源の位置を $\angle QOP$ の角 θ [rad] ($0 < \theta < \pi$) で表し、 f と θ の関係を調べた。

問 3 $\sin \phi$ を θ を用いて表せ。必要であれば、導出過程で解答用紙の図を使ってよい。

問 4 f を θ の関数として表せ。

問 5 観測された振動数の比 $\frac{f}{f_0}$ は θ に対してどのように変化するか、図 3 の①~⑥のグラフの中で変化の様子を最もよく表しているものを一つ選び、図中の番号で答えよ。 \times 印は比 $\frac{f}{f_0}$ が最小となる点を示している。

次に観測点の位置を変えてみよう。OP 間の距離 d が変わると観測される f も変化する。

問 6 f から音源が音を発した位置を一点に特定できるのは、図 3 の①~⑥のグラフの中でどれになるときであろうか。図中の番号で答えよ。またそのときの OP 間の距離 d を答えよ。

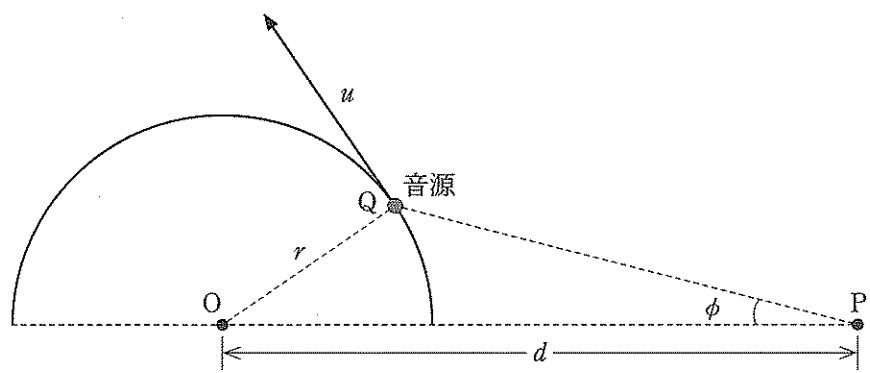


図 1

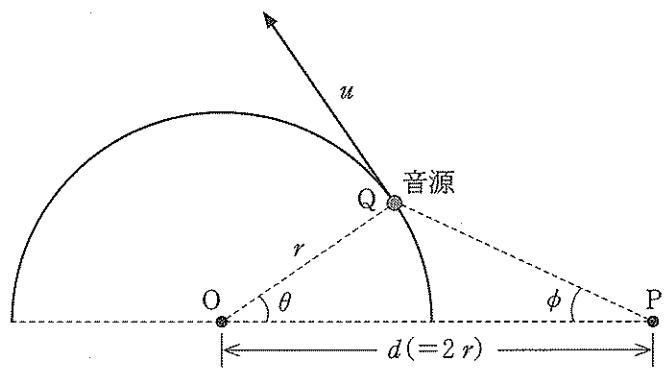


図 2

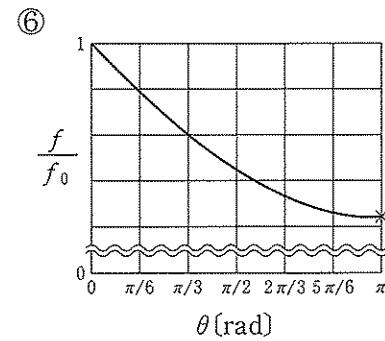
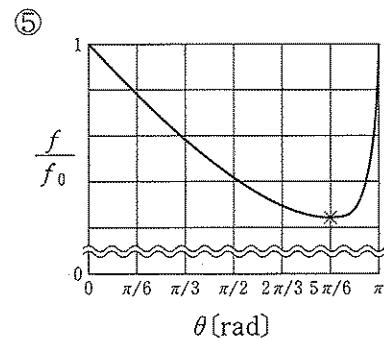
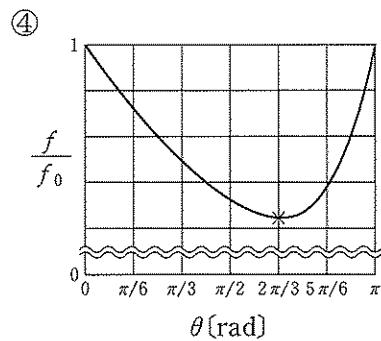
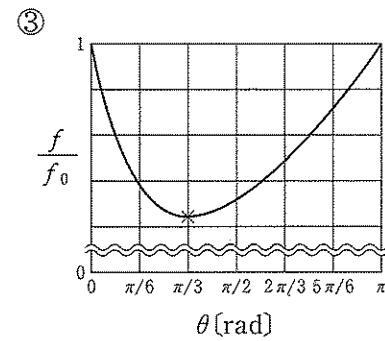
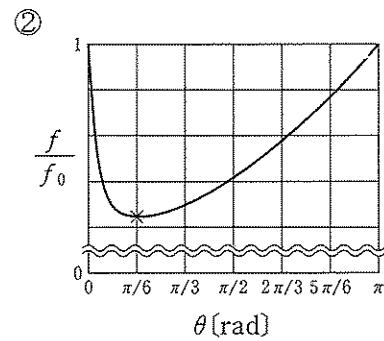
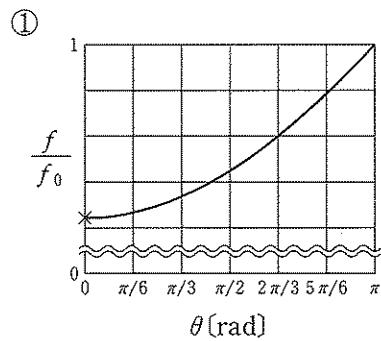


図 3

4 次の文を読み、以下の問い合わせに答えよ。(配点比率 工・応生： $\frac{1}{4}$)

電子の比電荷を測定したトムソンの実験の解説に、電子にはたらく重力は電子の速さが大きいために無視できる、という記述があった。この点に疑問を抱いた太郎くんは、電子より約2000倍も大きい質量をもつ陽子(水素の原子核)に置き換えて、図1のような装置で重力の影響を考えた。陽子を収納した容器と電極板の間に V [V]の電圧をかけると、陽子が水平な z 軸上を点Pに向かって電極板の穴を通り抜ける。この陽子は、点Pを速さ v_0 [m/s]で通過し、強さ E [V/m]の一様な電場がかかる幅 W [m]の水平な平行板電極を通過中に進路が曲げられ、その後、 z 軸に垂直な螢光面に衝突した。 z 軸との交点を原点Oとし、鉛直下向きを y 軸正方向とする。

重力を無視すると、 y 軸正方向に z 軸から y_1 [m]だけ離れた点Qで飛び出してくれる。その後は直進し、 L [m]離れた螢光面にさらに y_2 [m]だけ離れた点Rで衝突することになる。

いま重力は図1の y 軸正方向にはたらくとし、点Rからのずれ Δy [m]をもとに、重力の影響を考察する。なお以下の問い合わせ必要であれば、次の記号および数値を用いよ。

$$\text{真空中の光速度} \quad c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{電気素量} \quad e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{電子の質量} \quad m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{陽子の質量} \quad m = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{重力加速度} \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

問1 質量とエネルギーの等価性にもとづいて、静止している電子のエネルギーの値を、MeVを単位として求めよ。なお、 $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ である。

問2 電源1および電源2は、図2のように2種類の接続方法が可能である。図1のように陽子が螢光面上の $y > 0$ に到達するためのそれぞれの電源の接続方法を選び、記号(イ)または(ロ)で答えよ。

問3 収納容器から点Pまでは、短距離であるため重力の影響を無視する。点Pにおける陽子の速さ v_0 を、 m , e , V を用いて表せ。

問4 電源1の電圧 V を $1.0 \times 10^4 \text{ V}$ として、 v_0 の値を求めよ。

問5 y_1 および y_2 を、 m , e , E , v_0 , W , L から必要なものを用いて表せ。

問6 点Pと螢光面の間における重力の影響を考慮すると、図1の実線のように螢光面上の到達点は Δy だけ離れるはずである。 $y_{12} = y_1 + y_2 = \frac{eEW(W+2L)}{2mv_0^2}$ として、比 $\frac{\Delta y}{y_{12}}$ を m , e , E , g , W , L を用いて表せ。

太郎くんは、 $E = 100 \text{ V/m}$, $W = L = 1 \text{ m}$ などと適当な数値を入れて $\frac{\Delta y}{y_{12}}$ を求めると、約 10^{-9} という値を得て、重力の影響が確かに小さいことを理解した。そこで、このように影響が小さくなる原因を、問4で求めたように平行板電極に飛び込む陽子が非常に高速であり、 v_0 が大きいゆえに重力の影響を受ける時間が短時間だからであると、まず太郎くんは考えた。

しかし $\frac{\Delta y}{y_{12}}$ の式を見ると、 v_0 は含まれておらず $\frac{\Delta y}{y_{12}}$ に比例している。ここで ① は ③ 力、 ② は ④ 力であることから、 v_0 が大きいというよりも ③ 力が ④ 力に比べて極めて弱いことが原因であろうと、太郎くんは考えることにした。

問 7 上記文章中の空欄①と②に適する式を、また空欄③と④に適する語句を答えよ。

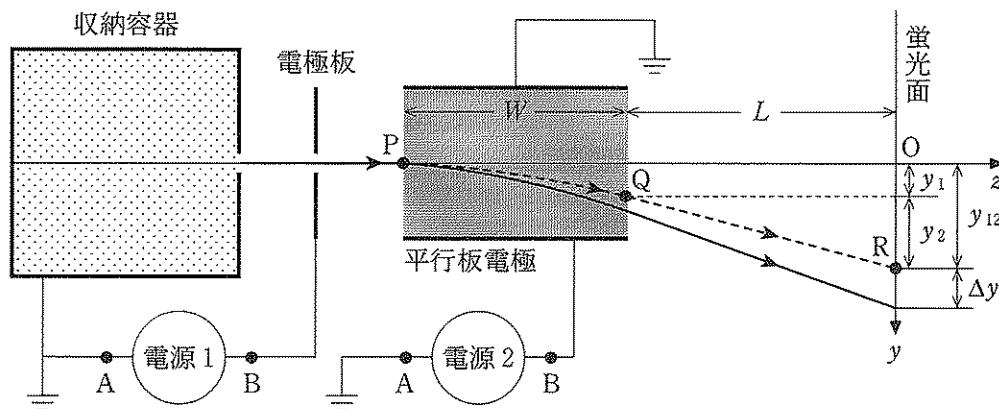


図 1

接続方法 (イ) 接続方法 (ロ)



図 2

