

平成31年度入学者選抜学力検査問題

数 学

注 意 事 項

1. この冊子は、監督者から解答を始めるよう合図があるまで開いてはいけません。
2. 「問題の選択に関する注意」は裏表紙に記載してあるので、この冊子を裏返して必ず読み、志望学部・学科等により解答すべき問題の番号を確認すること。ただし、この冊子を開いてはいけません。
3. 監督者から指示があったら、解答用紙の上部の所定欄に受験番号、座席番号を、また、下部の所定欄には座席番号をそれぞれ記入しなさい。その他の欄に記入してはいけません。
4. 解答は、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定以外の解答用紙に書かれた解答は0点となることがあります。
5. 解答は、解答用紙の裏面に書かないこと。
6. 各問題とも、特に指示がないかぎり、必ず解答の過程を書き、結論を明示すること。小問に分けられているときには、小問の結論を明示すること。
7. この冊子は13頁です。落丁、乱丁または印刷不備があったら申し出ること。
8. 下書き等は、この冊子の余白の部分を使用すること。
9. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、持ち帰ってはいけません。
10. この冊子は持ち帰りなさい。



1 円に内接する四角形 ABCD において

$$AB = 5, BC = 4, CD = 4, DA = 2$$

とする。また、対角線 AC と BD の交点を P とおく。

- (1) 三角形 APB の外接円の半径を R_1 、三角形 APD の外接円の半径を R_2 とするとき、 $\frac{R_1}{R_2}$ の値を求めよ。
- (2) AC の長さを求めよ。

2 次の関数のグラフに関する以下の問いに答えよ。ただし、 m は実数とする。

$$y = |x^2 - 2mx| - m$$

- (1) $m = 1$ のときのグラフの概形をかけ。
- (2) グラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

3 正の約数の個数がちょうど m 個であるような, 1900 以上の自然数
の中で最小のものを d_m とする。

(1) d_5 を求めよ。

(2) d_{15} を求めよ。

4 コインが5枚ある。さいころを振って出た目によって、これらのコインを1枚ずつ3つの箱A, B, Cのいずれかに入れていく。出た目が1であればコインを1枚, 箱Aに入れる。出た目が2か3であればコインを1枚, 箱Bに入れる。出た目が4か5か6であればコインを1枚, 箱Cに入れる。さいころを5回振ったとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 箱Aと箱Bにコインがそれぞれちょうど2枚ずつ入っている確率を求めよ。
- (2) A, Bいずれの箱にもコインが1枚以上入っている確率を求めよ。

5 三角形 ABC において $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ である。頂点 A から辺 BC に引いた垂線と BC が交わる点を D とし、頂点 C から辺 AB に引いた垂線と AB が交わる点を E とする。また、 $\vec{a} = \vec{CA}$, $\vec{b} = \vec{CB}$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) \vec{CE} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

(2) 直線 CE と直線 AD の交点を H とするとき、 \vec{CH} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。

6 a は 0 でない実数とし, $f(x) = ax^3 + 3ax^2 + 3x + 3$ とおく。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフ C と 導関数 $y = f'(x)$ のグラフ C' が相異なる 3 点で交わるような a の範囲を求めよ。
- (2) a が (1) の範囲にあるとき C と C' で囲まれた 2 つの図形の面積の和を求めよ。

7 $a_1 = 3, a_2 = 2$ とし, $n \geq 2$ のとき,

$$a_{n+1} = a_n^2 + a_n - 1$$

として数列 $\{a_n\}$ を定める。

(1) $n \geq 2$ のとき $a_{n+1} = a_1 a_2 \cdots a_n - 1$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $\sum_{i=1}^n a_i^2 = a_1 a_2 \cdots a_n + 100$ が成り立つような自然数 n を求めよ。

8 三角形 ABC は $AB + AC = 2BC$ を満たしている。また、角 A の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき、 $AD = 15$ である。さらに、三角形 ABC の内接円の半径は 4 である。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $\theta = \angle BAD$ とするとき $\sin \theta$ の値を求めよ。また、 $A = \angle BAC$ とするとき、 $\sin A$ と $\cos A$ の値を求めよ。

(2) 辺 BC の長さを求めよ。

9 コインが5枚ある。さいころを振って出た目によって、これらのコインを1枚ずつ3つの箱A, B, Cのいずれかに入れていく。出た目が1であればコインを1枚、箱Aに入れる。出た目が2か3であればコインを1枚、箱Bに入れる。出た目が4か5か6であればコインを1枚、箱Cに入れる。さいころを5回振ったとき、次の問いに答えよ。

- (1) 箱Aと箱Bにコインがそれぞれちょうど2枚ずつ入っている確率を求めよ。
- (2) A, B, Cいずれの箱にもコインが1枚以上入っている確率を求めよ。
- (3) 試行の後に箱Aを開けるとちょうど2枚のコインが入っていた。このとき箱Bにコインがちょうど2枚入っている確率を求めよ。

10 座標平面上の円 C は、点 $(0, 0)$ を通り、中心が直線 $x + y = 0$ 上にあり、さらに双曲線 $xy = 1$ と接する。このとき、円 C の方程式を求めよ。ただし、円と双曲線がある点で接するとは、その点における円の接線と双曲線の接線が一致することをいう。

11 n を正の整数とする。

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^n \theta d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^{n+2} \theta d\theta$ を n の式で表せ。

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^7 \theta d\theta$ を求めよ。

12 数直線上に動点 P があり, はじめに原点にあるとする。 $k = 1, 2, \dots$ に対し, k 回目にさいころを振ったとき, 1, 2 の目が出たら P は正の方向に $\frac{1}{2^k}$ だけ移動し, 3, 4 が出たら負の方向に $\frac{1}{2^k}$ だけ移動し, 5, 6 が出たら移動しないとする。 n 回さいころを振った後の点 P の座標を X_n とする。

(1) $0 < X_n$ となる確率を求めよ。

(2) $\frac{1}{2} < X_n$ となる確率を求めよ。

(3) l は n 未満の正の整数とする。このとき, $\frac{1}{2^l} < X_n$ となる確率を求めよ。

13 a は実数とする。座標平面上で連立不等式

$$\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq (2a+3)x - a(a+3) \end{cases}$$

の表す領域を $D(a)$ とおく。いま、 x 座標も y 座標も整数であるような点を格子点と呼ぶことにする。

- (1) n を整数とする。このとき $D(n)$ に含まれる格子点の個数を求めよ。
- (2) 任意の実数 a について、 $D(a)$ に含まれる格子点の個数と $D(a+1)$ に含まれる格子点の個数は等しいことを示せ。



問題の選択に関する注意

志望学部・学科等により、以下に示す番号の問題に解答すること。

科目	学部・学科等	解答する問題番号
数学 I 数学 A	教育学部 小学校コース 中学校コース (技術科教育分野) 小中専門教科コース (家庭科教育分野・A 選択) 英語教育コース・A 選択 特別支援教育コース 乳幼児教育コース	1 2 3 4
数学 I 数学 II 数学 A 数学 B	国際教養学部 文学部 法政経学部 園芸学部 先進科学プログラム 人文学科 (行動科学コース) 食料資源経済学科 植物生命科学関連分野 人間科学関連分野	3 4 5 6
	教育学部 先進科学プログラム 中学校コース (数学科教育分野) 化学関連分野 生物学関連分野	2 3 5 6 7 9
数学 I 数学 II 数学 III 数学 A 数学 B	理学部 工学部 園芸学部 薬学部 先進科学プログラム 物理学学科, 化学科 生物学科, 地球科学科 園芸学科, 応用生命化学科 緑地環境学科 物理学関連分野 工学関連分野	7 8 9 10 11
	医学部	7 8 11 12 13
	理学部 数学・情報数理学科	7 8 10 11 12 13