平 成 31 年 度（前期日程）
入学者選抜学力検査問題

数　　学 ③

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学Ａ・数学Ｂ）

試 験 時 間　120 分

医学部（医学科）

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. **各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。**
   なお，解答紙には，必要事項以外は記入してはいけません。
3. **解答は，必ず指定された解答紙に記入しなさい。**また**裏面は採点の対象としません。**
4. 試験開始後，この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. この冊子の白紙と余白部分は，適宜下書きに使用してもかまいません。
6. 試験終了後，解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後，この冊子は持ち帰りなさい。

※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 座標平面上の曲線 $C_1 : y = x^2 + 2ax - 2a + 1$ および $C_2 : y = x^3 + 1$ を考える。以下の問いに答えよ。

(問 1) 曲線 C_1 と曲線 C_2 の共有点がちょうど2個になるような実数 a の値を求めよ。ただし，$a \fallingdotseq 0$ とする。

(問 2) (問 1)で求めた a に対し，曲線 C_1 と曲線 C_2 で囲まれた部分を x 軸の周りに回転してできる立体の体積を求めよ。

2 座標平面上の直線 ℓ を $y = ax - a - 2$，直線 m を $y = bx + 3b$ とおく。直線 ℓ と直線 m は互いに直交しながら座標平面上を動くとする。ただし，a，b は ℓ と m の条件を保ちながら実数値をとって変化するものとする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 直線 ℓ と直線 m の交点Pの軌跡を求めよ。

(問 2) 点A$(1,\ -2)$，点B$(-3,\ 0)$に対して，線分APおよび線分BPの長さを a を用いて表せ。

(問 3) △APBの面積が最大となるときの a の値を求めよ。

3 座標平面上の曲線 $y = x\sin 3x + 3x^2 \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ を C とする。曲線 C の接線で原点を通るものを ℓ とし，その接点の x 座標を a とする。ただし，$0 < a < \dfrac{\pi}{2}$ とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) a の値を求めよ。

(問 2) 曲線 C と直線 ℓ の共有点の座標をすべて求めよ。

(問 3) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれた部分の面積を求めよ。

4 赤球と白球の2色の球を用いて行うゲームがあり，手元にある球全体に対する赤球の比率が p であるとき，確率 p^2 でゲームに勝つものとする。n を2以上の整数とし，赤球，白球ともに n 個入っている箱から n 個の球を取り出してゲームを行った。以下の問いに答えよ。

(問 1) k を0以上 n 以下の整数とする。取り出した n 個の球のうち赤球が k 個となる確率は $\dfrac{({}_n\mathrm{C}_k)^2}{{}_{2n}\mathrm{C}_n}$ となることを示せ。

(問 2) k を1以上 n 以下の整数とする。取り出した n 個の球のうち赤球が k 個となり，さらにゲームに勝つ確率は $\dfrac{n}{2(2n-1)} \cdot \dfrac{({}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1})^2}{{}_{2n-2}\mathrm{C}_{n-1}}$ であることを示せ。

(問 3) ゲームに勝つ確率は $\dfrac{n}{2(2n-1)}$ であることを示せ。